

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2012 年 度 経 済 学 科 数 学

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) 三角形 OAB に対し $\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$, $s, t \geq 0$ とする。三角形 OAB の面積を S とする。(i) $1 \leq s + t \leq 3$ のとき, 点 P の領域の面積を S で表せ。(ii) $1 \leq s + 2t \leq 3$ のときも同様に求めよ。

(2) $k \geq 2$ を整数とし

$$\left(\sqrt{2}x + \sqrt[k]{2}\right)^{100}$$

を展開する。(i) x^{100} の係数を 2 の累乗で表せ。(ii) $0 \leq n \leq 100$ で x^n の係数が整数となる n の個数を, $k = 2, 3, 5, 7, 51$ について求めよ。

第 2 問

領域 D を

$$\log_2(2y+1) - 1 \leq \log_2 x \leq 2 + \log_2 y \leq \log_2 x + \log_2(4-2x)$$

で定める。

(1) D を通常的不等式で表せ。(2) D の面積を求めよ。(3) $s < 1$ とし, $(x, y) \in D$ における $y - sx$ の最大値を $f(s)$ とする。 $f(s)$ を求めよ。

第 3 問

3 行 3 列のマスに上から順に 1~9 と番号をつける。A は上段から出発して 1 段ずつ下へ、B は下段から 1 段ずつ上へ 2 回動く。出発点は各 3 マスから一様を選び、次の段では同じ列または隣の列の行けるマスから一様を選ぶ。A と B の移動は独立である。

(1) A の経路数、最小確率の経路数とその確率を求めよ。(2) A と B がともに奇数番号のマスだけを通る確率を求めよ。(3) A と B が中段で同じマスを通る確率を求めよ。

(4) $(2n + 1)$ 行 $(2n + 1)$ 列の場合、同じ規則で移動する。A と B の通過マスを合わせると 2 本の対角線上の全マスになる確率を $1/(p^2 3^q)$ と表す。 p, q を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)