

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2013 年 度 経 済 学 科 数 学

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) $0 \leq x < 2\pi$ とし,

$$f(x) = \cos^4 x + \sin 3x - \sin^4 x + 2 \sin x$$

とする。 $f(x)$ の最大値・最小値と、それぞれをとる $\sin x$ の値を求めよ。

(2) 数列 $\{a_n\}$ を $a_1 = a_2 = 1$, $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ($n \geq 3$) で定め, $S_{n,m} = \sum_{j=0}^{m-1} a_{n+j}$ とする。(i) $S_{3,6}, S_{4,6}$ を求め, $S_{n,6}$ を $a_{n+2}, a_{n+3}, a_{n+4}, a_{n+5}$ で整理せよ。(ii) すべての自然数 n に対し $S_{n,10} = qa_{n+r}$ を満たす自然数 q, r を求めよ。

第 2 問

実数 a, b に対し, 2 つの放物線

$$C_1 : y = x^2, \quad C_2 : y = -(x - a)^2 + b$$

を考える。

(1) C_1, C_2 が共有点をもつための必要十分条件を求めよ。

(2) 異なる 2 共有点を P, Q , その x 座標を p, q ($q < p$) とする。 pq を a, b で表し, P における C_1 の接線 ℓ の方程式を求めよ。さらに $a > 0, b = 7/2$ で, P, Q における C_1 の接線が直交するときの a, p と, 2 放物線で囲まれる面積を求めよ。

第 3 問

点 $P(m, n)$ は原点から出発し, 1 回ごとに $(m+1, n+1)$ または $(m+1, n-1)$ へ進む。

$$L = \{(x, -2) \mid 0 \leq x \leq 9\}, \quad U = \{(x, 4) \mid 0 \leq x \leq 9\}, \quad S = \{(9, y) \mid -2 < y < 4\}$$

のいずれかに到達した時点で停止する。

(1) U 上の点 $(6, 4), (8, 4)$ に到達して停止する経路数を求めよ。(2) 壁 L に到達して停止する経路の総数を求めよ。(3) 上下それぞれへ進む確率が $1/2$ のとき, 壁 L および壁 S で停止する確率を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)