

# 入 学 試 験 問 題

## 数 学



上 智 大 学 2014 年 度 経 済 学 科 数 学

全 3 問

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## 第 1 問

(1)  $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771, \log_{10} 7 = 0.8451$  とする。 $3^{2014}$  の桁数, 最上位の数字, 一の位の数字を求めよ。

(2) 連立不等式

$$y \leq -2x^2 - 8x - 3, \quad y \geq |3x + 6|$$

で表される領域を  $D$  とする。

(i)  $D$  の面積を求めよ。

(ii) 点  $(x, y)$  が  $D$  を動くとき,  $4x + y$  および  $x^2 + 4x + y$  の最大値と最小値を求めよ。

## 第 2 問

座標空間で、原点  $O$  を通りベクトル  $(1, \sqrt{3}, 2\sqrt{3})$  に平行な直線を  $\ell$  とする。点  $A = (\sqrt{3} + 3, 3\sqrt{3} + 3, 6 - 2\sqrt{3})$  とする。頂点が  $O$ 、底面の中心が  $\ell$  上にあり、底面の円周が  $A$  を通る円錐  $C$  を考える。

- (1) 底面の中心を  $H$  とするとき、 $\angle AOH$  を求めよ。
- (2)  $H$  の座標を求めよ。
- (3) 点  $(\sqrt{3}, y, z)$  が  $C$  の底面上にあるとき、 $y, z$  の間に常に成り立つ 1 次方程式を求めよ。
- (4) 点  $(\sqrt{3}, y, z)$  が  $C$  の側面上にあるとき、 $y, z$  の間に常に成り立つ 2 次方程式を求めよ。また、このときの  $z$  の最大値を求めよ。

### 第 3 問

1 から 10 までを 1 枚ずつ書いた 10 枚のカードを左から順に並べる。この中から 3 枚を無作為に選び、どのカードも元の位置とは異なる位置へ置く。2 回目以降は最初の並びへ戻さず、直前の並びから同じ操作を繰り返す。各操作では、選ばれた 3 枚を元の位置と異なる位置へ置く 2 通りを等確率とする。 $n$  回の操作後、一番左のカードが 10 である確率を  $P_n$  とする。

- (1)  $P_1$  を求めよ。
- (2)  $n$  回後に一番左が 10 であり、次の操作後も一番左が 10 となる確率を  $P_n$  を用いて表せ。
- (3)  $n$  回後に一番左が 10 でなく、次の操作後に一番左が 10 となる確率を  $P_n$  を用いて表せ。
- (4)  $P_{n+1}$  を  $P_n$  で表せ。
- (5)  $P_n$  を求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)