

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2016 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) 1 から 777 までの整数で，4 の倍数であるが 5 の倍数でも 6 の倍数でもない数の個数と，それらの総和の下 2 桁を求めよ。

(2) a を定数とし

$$f(x) = 9^{x+1/2} - 3^{x+3/2} + 3a - 1$$

とする。方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつような a の範囲を求めよ。

(3) 2 曲線

$$C_1 : y = |x - 1|(x + 3), \quad C_2 : y = |x + 1|(-x + 3)$$

で囲まれた図形の面積を求めよ。

第 2 問

一辺の長さが 1 の立方体 $OABC-DEFG$ を、正方形 $OABC, OAED, OCGD$ がそれぞれ xy, xz, yz 平面に重なるように座標空間に置く。

点 P は表面上を移動し、原点 O を出発した後、移動距離が最短になるように点 D へ進む。ただし P は線分 AE, BF, CG 上の点をこの順に通過する。 P が表面 $BCGF$ 上にあるとき、 P から直線 OF に下ろした垂線の足を H とする。

(1) P, H の z 座標を v, w とする。 P の x 座標が a ($0 \leq a \leq 1$) のとき、 v, w と PH を a で表せ。

(2) PH を最小にする P の位置を Q とする。 $\triangle OQF$ の面積を求めよ。また O から Q までの移動距離を ℓ 、 Q から D までの移動距離を m とするとき、 $\ell, m, \ell/m$ を求めよ。

第 3 問

(1) $2016_{(7)}$ を 10 進法で表せ。

(2) m, n を整数とし $2 \leq m < n \leq 9$ とする。

$$10101_{(n)} - 10101_{(m)}$$

を 10 進法で表した数を k とする。

(i) k が 21 の倍数となる (m, n) の組をすべて求め、その個数と、その中で $m + n$ が最大となる組を答えよ。

(ii) (i) で $m + n$ が最大となる組に対する k を K とする。 K を m 進法で表したときの m^2 の位の数字と、 K を n 進法で表したときの n^2 の位の数字を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)