

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2017 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) 不等式

$$x^{\log_3 x^3} \geq \left(\frac{27}{x^2}\right)^3$$

を解け。

(2) $f(x) = x^2 + 3x$ とし，方程式 $f(x) = 0$ の解を α, β ($\alpha < \beta$) とする。 $a < \alpha$, $\beta < b$ を満たす実数 a, b に対して

$$\int_a^b |f(x)| dx - \int_a^b f(x) dx$$

の値を求めよ。

(3) 次の各命題で，前件が後件であるための必要条件・十分条件の関係を選択肢から選べ。

(i) $x + y > 0$ であることと， $xy > 0$ であること。

(ii) $x^2 + y^2 > 2xy$ であることと， $x \neq y$ であること。

(iii)

$$f(x) = \begin{cases} -x^3 - 2x^2 + 7x + 12, & x \leq -1, \\ x^3 + 2x^2 - 7x - 4, & -1 < x \leq 2, \\ \left| \frac{1}{2}x^2 - 6x + 16 \right| - 8, & 2 < x \end{cases}$$

に対し， $x = 4, 8$ で $f(x)$ が最小値をとること。

選択肢は (a) 必要だが十分でない，(b) 十分だが必要でない，(c) 必要十分，(d) 必要でも十分でもない，とする。

第 2 問

直線 PQ が点 A を中心とする円 C に点 P で接している。円 C 上の点 R について $\theta = \angle QPR$ とおき、 $\angle QPS = 2\theta$ となる円 C 上の点を S とする。ただし

$$0 < \theta < \pi, \quad PR = 1, \quad PS = 2 \cos 2\theta + 3 \cos \theta - 1$$

とする。

(1) $\cos \theta$ と PS を求めよ。

(2) $0 < a \leq 1/2$ とし、線分 PS を $a : (1-a)$ に内分する点を T とする。直線 RT と円 C のもう 1 つの交点を U とする。 $RT = TU$ のとき、 a, RT, SU を求めよ。

(3) (2) の条件のもとで、直線 AR と線分 SU の交点を V 、直線 AR と線分 PS の交点を W とする。 SW, SV, UV を求めよ。

第 3 問

容器 A, B にそれぞれ粘土が 1 kg ずつ入っている。1 日ごとに重さを計測し、その後、容器 A の粘土の $1/4$ を B へ、容器 B の粘土の $1/10$ を A へ同時に移す。 n 日目の計測時点での重さをそれぞれ a_n, b_n (kg) とする。

- (1) a_3, b_3 を既約分数で表せ。
- (2) 数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $2a_n \leq b_n$ となる最小の n を求めよ。

必要なら $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$, $\log_{10} 1.3 = 0.1139$ を用いてよい。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)