

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2017 年 度 TEAP2 数 学 (PM)

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

$AB = AC = 1$, $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC を底面とする高さ 3 の三角柱を考え、上面を PQR とする。辺 AP, BQ 上の点 A', B' について $AA' = a$, $BB' = b$ とおく。

(1) $A'C, A'B', B'C$ を a, b で表せ。

以下, $\angle A'B'C = 90^\circ$ とする。

(2) a, b が満たす関係式を求めよ。

(3) b のとり得る値の範囲を求めよ。

(4) $\triangle A'B'C$ の面積の最大値と最小値を求めよ。

第 2 問

c, d を正の実数とする。数列 $\{x_n\}$ を

$$x_1 = d, \quad x_{n+1} = x_n^2 + c \quad (n \geq 1)$$

で定める。

(1) $c > 1/4$ とする。

(i) すべての自然数 n に対して $x_n < x_{n+1}$ を示せ。

(ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$ を示せ。

(2) $c < 1/4$ とする。2 次方程式 $x^2 - x + c = 0$ の 2 つの異なる実数解を α, β とする。 $\alpha < d < \beta$ のとき、すべての自然数 n に対して

$$\alpha < x_n < \beta, \quad x_n > x_{n+1}$$

が成り立つことを示せ。

第 3 問

$n \geq 6$ とする。1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 枚のカードから同時に 3 枚を引くとき、3 枚の最小の数字が 3 である確率を p_n とする。

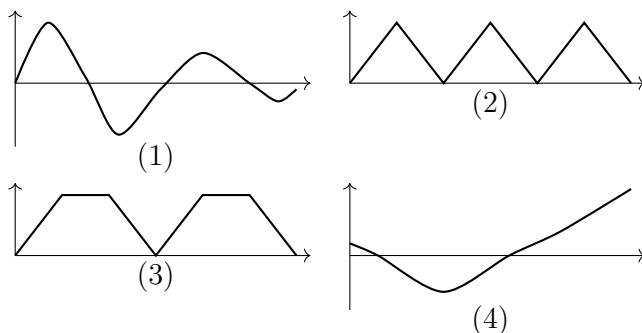
- (1) p_6, p_7 を求めよ。
- (2) p_n を n の式で表せ。
- (3) $p_n < p_{n+1}$ となる最大の n と、 $p_n = p_{n+1}$ となる n を求めよ。
- (4) p_n が最大値をとる n と、その最大値を求めよ。

第 4 問

下の各図 (1)–(4) は $0 \leq x \leq 6$ における関数 $y = f(x)$ の概形を表す。各々について

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt$$

のグラフとしてふさわしいものを選択肢 (a)–(j) から選べ。



選択肢の概形は次の通りである。

- | | |
|---|---|
| <p>(a) 常に増加し, $x = 1, 3, 5$ 付近で傾きが最大</p> <p>(c) 常に増加し, 折れ線を含む</p> <p>(e) 負から正, 最後に負へ変化</p> <p>(g) 常に増加し, 傾きが一定の区間を含む</p> <p>(i) 正負を繰り返し 0 へ近づく</p> | <p>(b) 常に増加し, $x = 1, 3, 5$ 付近で傾きが最小</p> <p>(d) 極大・極小を繰り返すが常に $F(x) > 0$</p> <p>(f) 増加と水平部分を繰り返す折れ線</p> <p>(h) 正の小さな山を減衰させながら繰り返す</p> <p>(j) 極大の後に極小をもち, 最後は増加</p> |
|---|---|

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)