

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2018 年 度 理 工 学 部 数 学

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上に原点 O と点 $A(1, 0)$ がある。点 P は、 $\angle PAO = 2\angle POA$ を満たしながら y 座標が正の範囲を動く。(1) 点 P の軌跡を求めよ。(2) 実数 k を動かし、 P から直線 $x = k$ に垂線 PH を下す。 $\frac{PH}{AP}$ が常に一定の値であるとき、その値を求めよ。(3) $\angle PAO = \theta$ とするとき、 AP を $\cos \theta$ を用いて表せ。

第 2 問

ある食堂はランチとして A 定食か B 定食のいずれか一方を提供する。A 定食を提供した次の営業日は等しい確率で A 定食か B 定食のどちらかを提供し、B 定食を提供した次の営業日は必ず A 定食を提供する。1 日目には A 定食を提供することがわかっている。(1) 3 日目に A 定食が提供される確率を求めよ。(2) n 日目に A 定食が提供される確率を求めよ。ただし n は 1 以上の整数とする。(3) 6 日目に A 定食が提供されたという条件のもとで、3 日目にも A 定食が提供されていた確率を求めよ。(4) 1 日目から n 日目までに提供された定食の可能な組合せのうち、 n 日目が A 定食であるものの総数を a_n とする。このとき a_5 を求め、また、1 日目から 10 日目までに提供される定食の可能な組合せの総数を求めよ。

第 3 問

座標空間において，原点 O を中心とする半径 $\sqrt{2}$ の円が xy 平面上にある。この円を底面とし， $A(0, 0, \sqrt{2})$ を頂点とする円錐を考える。 A と底面の円周上の点 $B(-\sqrt{2}, 0, 0)$ を結ぶ線分 AB の中点を C とする。点 P は線分 CA 上を動き， $CP = a$ とする。 P を通り，線分 AB と垂直に交わる平面でこの円錐を切ったときの断面積を $S(a)$ とする。(1) $S(0)$ を求めよ。(2) $S(a)$ が最大となる a を求め，そのときの $S(a)$ を求めよ。(3) C を通り，線分 AB と垂直に交わる平面で円錐を 2 つの立体に分けるとき，頂点 A を含む方の立体の体積を求めよ。

第 4 問

座標平面において、方程式

$$(x^2 + y^2)^2 = 2xy$$

の表す曲線 C を考える。(1) C 上の点 P と 2 点 $A(a, a)$, $B(-a, -a)$ ($a > 0$) との距離の積 $PA \cdot PB$ が常に一定の値であるとき、 a と $PA \cdot PB$ を求めよ。(2) 極座標 (r, θ) に関する C の極方程式が $r^s = \sin(t\theta)$ と表されるとき、 s と t を求めよ。(3) C の概形として最もふさわしいものを次から選べ。(4) C 上の点で x 座標が最大である点 M の偏角を θ_0 ($0 \leq \theta_0 < 2\pi$) とするとき、 θ_0 を求めよ。(5) M を通り y 軸に平行な直線を l とする。 C 上の点を極座標で (r, θ) と表すとき、 C の $0 \leq \theta \leq \theta_0$ の部分と x 軸、および l で囲まれた部分の面積を求めよ。(6) C で囲まれた部分の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)