

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2020 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) 自然数 n と x の式 $A(x)$ に対する条件

$$(p_n) \quad \text{すべての } x \geq 1 \text{ に対して } A(x) \leq n$$

を考える。候補

$$\begin{aligned} (a) \quad & A(x) = 2x, & (b) \quad & A(x) = -2 + 5x - x^2, \\ (c) \quad & A(x) = \sin x, & (d) \quad & A(x) = 3 - \frac{1}{x}, \\ (e) \quad & A(x) = \log_{10} x \end{aligned}$$

から、(i) p_3 を満たすもの、(ii) すべての自然数 n で p_n を満たすもの、(iii) ある自然数 n で p_n を満たすものを選べ。また (iv) p_n の否定を、次から選べ。

(a) すべての $x < 1$ で $A(x) \leq n$ 。 (b) すべての $x \geq 1$ で $A(x) > n$ 。 (c) すべての $x < 1$ で $A(x) > n$ 。 (d) ある $x < 1$ で $A(x) \leq n$ 。 (e) ある $x \geq 1$ で $A(x) > n$ 。 (f) ある $x < 1$ で $A(x) > n$ 。

(2) 11 個の自然数 $x_1, \dots, x_{11}$ からなるデータについて、次の命題が必ず成り立つか、成り立つ場合と成り立たない場合があるか、決して成り立たないかを答えよ。

(i) 平均値は自然数、(ii) 中央値は自然数、(iii) 最初の 10 個の分散より 11 個の分散の方が大きい、(iv) 標準偏差を $s_1, 2x_1 + 1, \dots, 2x_{11} + 1$ の標準偏差を s_2 とすると $s_2 = 2s_1 + 1$ 、(v) 同様に分散を v_1, v_2 とすると $v_2 = 4v_1$ 。

(3) 4 つの散布図 A～D の相関係数を、 $-0.9, 0, 1.0, 0.5$ からそれぞれ選べ。ただし A は強い負の相関、B は無相関、C は一直線上の正の相関、D は弱い正の相関を示す。

第 2 問

円周上に等間隔に並ぶ 5 点 A, B, C, D, E がある。各点でさいころを 1 回ずつ投げ、同じ目が割り当てられた 2 点をすべて線分で結ぶ。孤立点や、線分を結べない場合も図形に含め、回転で重なる図形は同一とする。

(1) 出た目が 3 種類である図形は何通りか。(2) 図形は全部で何通りか。

以下では、5 点以外で線分どうしが交わる交点を数える。

(3) 交点をただ 1 つもつ図形は何通りか。(4) 交点をちょうど 2 つもつ図形は何通りか。(5) 交点をもたない図形は何通りか。

第 3 問

一辺の長さが 2 の正四面体 $OABC$ において、辺 OA, OB の中点をそれぞれ M, N とする。線分 MN を $(1-t):t$ に内分する点を P 、線分 BC を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。ただし $0 < t < 1$ とする。

(1) $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を求めよ。(2) AP^2, AQ^2 を t の式で表せ。(3) $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ を求めよ。(4) $\triangle APQ$ の面積 S を求めよ。(5) $f(t) = 4S^2$ とおく。 $f'(1/3), f'(1/2), f'(2/3)$ を求め、 S が極値をとる t の範囲を選べ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)