

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2021 年 度 理 工 学 部 数 学

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) ある病原菌の検査薬は、病原菌に感染しているのに誤って陰性と判断する確率が 20%，感染していないのに誤って陽性と判断する確率が 10% である。全体の 20% がこの病原菌に感染している集団から 1 つの検体を取り出して、独立に 2 回、検査薬で検査する。このとき、2 回とも陰性であったが、実際には感染している確率と、少なくとも 1 回は陽性であったが、実際には病原菌には感染していない確率を求めよ。

(2) n を 20 以上の整数とする。 n 進法で表したとき、 n^3 の位の数が 1、 n^2 の位の数が 2、 n^1 の位の数が 3、 n^0 の位の数が 0 である数 $1230_{(n)}$ を、 $(n+1)$ 進法で表すとき、 $(n+1)^2$ の位の数、 $(n+1)^1$ の位の数、 $(n+1)^0$ の位の数を求めよ。

(3) $1 \leq z \leq 4$ 、 $\frac{x^2}{z^2} + 4z^4y^2 \leq 1$ を満たす整数 x, y, z の組の個数を求めよ。

第 2 問

実数からなる集合 A, B, C を次のように定義する.

$$A = \{x \mid |x| < a\}, \quad B = \{x \mid (x+2)(x-5)(x^2+2x-7) \leq 0\},$$

$$C = \{x \mid 3^{x/3} \leq \frac{1}{3}(x+4)\}$$

ただし, a は実数で $a > 0$ とする.

- (1) $A \cap B$ が空集合であるための必要十分条件を求めよ.
- (2) $A \supset B$ であるための必要十分条件を求めよ.
- (3) -1 が C に属するかどうか, また 5 が C に属するかどうかを判定せよ.
- (4) C に属する整数の個数を求めよ.
- (5) $A \subset C$ となる a のうち, 整数で最大のものを求めよ.
- (6) $A \supset C$ となる a のうち, 整数で最小のものを求めよ.

第 3 問

南北方向に m 区画，東西方向に n 区画に区切られた長方形の土地がある。この土地のそれぞれの区画に m 種類の作物を 1 種類ずつ植える。ただし，南北方向には同じ種類の作物が植えられている区画はないようにする。このとき，東西方向に隣り合う区画に同じ種類の作物が植えられている場合には，それらの区画は連結した 1 個の畑と見なすとする。例えば，南北方向に 3 区画，東西方向に 5 区画の土地に，A，B，C の 3 種類の作物を次のように植えた場合，畑が 11 個と見なす。

(1) $m=3$ のときを考える。 $n=1$ ならば，畑の数は常に 3 個で，1 通りある。 $n=2$ ならば，畑の数は 3 個，5 個，6 個のいずれかで，3 通りある。 $n=3$ ならば，畑の数は何通りあるか。 $n=10$ ならば，畑の数は何通りあるか。答えよ。

(2) $m=3$ で $n=3$ のとき，畑の数が 8 個になる植え方は何通りあるか。

(3) $m=6$ のときを考える。各列の南北方向の 6 区画に作物を植える方法は $6!$ 通りあるが，それらすべてが等確率になるように植えることにする。 $n=2$ のとき，畑が 8 個である確率を求めよ。

第 4 問

点 O を原点とする座標平面において、楕円

$$D: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{2} = 1$$

上に異なる 2 点 P_1, P_2 がある。 P_1 における接線を l_1 , P_2 における接線を l_2 とし、その交点を $Q(a, b)$, 線分 P_1P_2 の中点を R とする.

- (1) P_1 の座標を (x_1, y_1) とするとき, l_1 の方程式を求めよ.
- (2) 直線 P_1P_2 の方程式を, a, b を用いて求めよ.
- (3) 3 点 O, R, Q は一直線上にあることを示し, $\overrightarrow{OR}$ を $\overrightarrow{OQ}$ を用いて表せ.
- (4) l_1, l_2 のどちらも y 軸と平行ではないとする. このとき, l_1 の傾きと l_2 の傾きが t を用いて満たす方程式を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)