

# 入 学 試 験 問 題

## 数 学



上 智 大 学 2021 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 4 問

### 注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

## 第 1 問

(1) 正の実数  $s$  と実数  $x, y$  の連立方程式

$$4^x + 9^y = 5, \quad 2^x 3^y = s$$

を考える。ただし  $\log_{10} 2 = 0.301$ ,  $\log_{10} 3 = 0.477$  とする。

(a) 解が 2 組あるための  $s$  の必要十分条件を求めよ。

(b)  $s = 2$  のとき,  $x < y$  となる解  $(x_0, y_0)$  をとる。 $y_0$  を小数第 3 位で四捨五入したときの整数部分, 小数第 1 位, 小数第 2 位を答えよ。

(2) 正四面体  $OABC$  の辺  $OA$  を  $1:2$  に内分する点を  $P$ , 辺  $OB$  を  $3:2$  に内分する点を  $Q$ ,  $\triangle ABC$  の重心を  $G$  とする。平面  $PQG$  と辺  $AC$  の交点を  $R$  とするとき,  $\overrightarrow{OR}$  を  $\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}$  で表せ。

## 第 2 問

放物線  $C: y = x^2$  と、互いに直交する  $C$  の 2 本の接線  $\ell, m$  を考える。

- (1)  $\ell$  が点  $(2, 4)$  を通るとき、 $m$  の方程式と、 $\ell, m$  の交点を求めよ。
- (2)  $\ell, m$  の交点が  $y$  軸上にあるとき、2 直線と  $C$  で囲まれる図形の面積を求めよ。

### 第 3 問

硬貨を 2 枚投げる試行を 3 回繰り返す。1 回目、2 回目、3 回目に出た表の枚数を  $\alpha, \beta, \gamma$  とする。3 次関数

$$f(x) = (x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$$

を考える。

(1)  $y = f(x)$  が極値をとらない確率を求めよ。(2)  $y = f(x)$  が極大値をとるとき、極大値として取り得る値の最小値と最大値を求めよ。(3) 極大値が最小値となる確率を求めよ。(4) 極大値が最大値となる確率を求めよ。

## 第 4 問

(1) 関数  $f(x)$  に対する条件

(P)  $f(n) > 3$  を満たす 5 以上の自然数  $n$  が存在する

の否定として正しいものを、次からすべて選べ。

(a)  $f(n) \leq 3$  を満たす 5 以上の自然数  $n$  が存在する。(b)  $f(n) > 3$  を満たす 5 未満の自然数  $n$  が存在する。(c)  $f(n) \leq 3$  を満たす 5 未満の自然数  $n$  が存在する。(d)  $n \geq 5$  ならば  $f(n) \leq 3$ 。(e)  $n < 5$  ならば  $f(n) \leq 3$ 。(f)  $n < 5$  ならば  $f(n) > 3$ 。(g)  $f(n) > 3$  がすべての  $n \geq 5$  で成り立つ。(h)  $f(n) \leq 3$  がすべての  $n \geq 5$  で成り立つ。(i)  $f(n) \leq 3$  がすべての  $n < 5$  で成り立つ。

(2) 野菜 A は 1 個あたり栄養素  $(x_1, x_2, x_3) = (8, 4, 2)$  g, 野菜 B は  $(4, 6, 6)$  g を含む。A を  $a$  個, B を  $b$  個選び, 栄養素をそれぞれ 42 g 以上, 48 g 以上, 30 g 以上含むようにする。 $a + b$  を最小にする自然数の組  $(a, b)$  をすべて求めよ。

# 計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)