

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2022 年 度 TEAP2 数 学 (PM)

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) $y = \cos x$ の 1 次近似式を用いて $\cos 61^\circ$ を求め、小数第 3 位を四捨五入せよ。ただし $\pi = 3.14$, $\sqrt{3} = 1.73$ とする。

(2) 12 人のクラスを A, B, C の 3 グループに分ける。人数は順に 3 人, 4 人, 5 人であり、得点は 0 以上 10 以下の整数である。

(i) A の得点の分散は 6 で、2 人の得点は 2, 5 である。残る 1 人の得点を求めよ。

(ii) B の平均は 2, 分散は 3, C の平均は 5, 分散は 6 である。クラス全体の平均と分散を求めよ。

(3) 正の実数 a に対して $X = \{x \mid 0 < x < a\}$, $Y = \{y \mid 3 < y < 5\}$ とする。次の命題が成り立つための必要十分条件を選べ。

(i) すべての $x \in X$ とすべての $y \in Y$ に対して $x < y$ 。

(ii) $\exists y \in Y, \forall x \in X, x < y$ 。

(iii) $\forall x \in X, \exists y \in Y, x < y$ 。

第 2 問

一辺の長さが 1 の立方体 $OADB-CFGE$ を考え、 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする。実数 s, t に対して

$$\overrightarrow{OP} = (1-s)\vec{a} + \vec{b} + s\vec{c}, \quad \overrightarrow{OQ} = \vec{a} + t\vec{b} + (1-t)\vec{c}$$

を満たす点 P, Q をとる。

- (1) 点 P, Q がそれぞれの直線を，立方体の頂点 2 点で答えよ。
- (2) その 2 直線の位置関係を答えよ。
- (3) 線分 PQ の長さを最小にする s, t と，そのときの PQ^2 を求めよ。
- (4) $0 \leq s, t \leq 1$ のとき，線分 PQ の中点が動く領域の形と面積を求めよ。
- (5) $0 \leq s, t \leq 1$ のとき，線分 PQ が通過する領域の体積を求めよ。

第 3 問

1 から 4 までは 1 つずつ記した正四面体のさいころ T を用いて A, B がゲームをする。各自が決められた回数まで T を振り、最後の目を得点とし、高得点を勝ちとする。同点では B が勝つ。振り直すかどうかは各自が自分の勝率を最大に選ぶ。A が勝つ確率を $p = (2k+1)/2^n$ と表したときの k, n を、次の場合に求めよ。

- (1) A, B がそれぞれ 1 回ずつ振る。
- (2) A が先に 1 回振り、その得点を知った B が 2 回まで振れる。
- (3) B の得点を知らずに A が 2 回まで振れ、次に B が 1 回振る。
- (4) B の得点を知らずに A が 2 回まで振れ、次に A の得点を知った B が 2 回まで振れる。
- (5) B の得点を知らずに A が 3 回まで振れ、次に A の得点を知った B が 2 回まで振れる。

第 4 問

原点を極， x 軸の正の部分が始線とする極座標で，点 P の極座標が時刻 $t \geq 0$ に対して

$$r = 1 + t, \quad \theta = \log(1 + t)$$

で与えられる。 $t = 0$ に出発して初めて y 軸上に到達するまでの軌跡を C とする。

(1) 初めて y 軸上に到達する t を求めよ。(2) C 上の点の x 座標の最大値を求めよ。(3) C の長さを求めよ。(4) C を図示せよ。(5) C と x 軸， y 軸で囲まれる部分の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)