

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2023 年 度 理 工 学 部 数 学

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

次の 6 つの複素数が 1 つずつ書かれた 6 枚のカードがある。

$$\frac{1}{2}, 1, 2, \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}, \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}, \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2}$$

これらから無作為に 3 枚選び、カードに書かれた 3 つの複素数を掛けた値に対応する複素数平面上の点を P とする。(1) 点 P が虚軸上にある確率を求めよ。(2) 点 P の原点からの距離が 1 である確率を求めよ。

第 2 問

$\{x \mid x > 0\}$ を定義域とする関数 $f(x)$ の集合 A に対して以下の 3 つの条件を考える。

(P) 関数 $f(x)$ と $g(x)$ が共に A の要素ならば、関数 $f(x) + g(x)$ も A の要素である。

(Q) 関数 $f(x)$ と $g(x)$ が共に A の要素ならば、関数 $f(x)g(x)$ も A の要素である。

(R) α が 0 でない定数で関数 $f(x)$ が A の要素ならば、関数 $\alpha f(x)$ も A の要素である。

A を次の (i)～(iv) の集合とすると、条件 (P), (Q), (R) のうち成り立つものをすべて解答欄に記せ。ただし、成り立つものが一つもないときには、解答欄の $\square$ を記せ。

(i) $f(1) = 0$ を満たす関数 $f(x)$ 全体の集合

(ii) $f(a) = 0$ となる正の実数 a が存在する関数 $f(x)$ 全体の集合

(iii) 全ての正の実数 x に対して $f(x) > 0$ が成り立つ関数 $f(x)$ 全体の集合

(iv) 定義域 $\{x \mid x > 0\}$ のどこかで連続でない関数 $f(x)$ 全体の集合

第 3 問

一辺の長さが2である正四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を M 、辺 BC の中点を N とする。(1) 線分 MN の長さは何か。(2) $0 < s < 1$ とし、線分 MN を $s:(1-s)$ に内分する点を P とする。 P を通り MN に垂直な平面で正四面体 $OABC$ を切った断面は何か、またその面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)