

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2023 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

関数

$$y = 2(\sin^3 x + \cos^3 x) + 8 \sin x \cos x + 5 \quad (0 \leq x < 2\pi)$$

を考え, $t = \sin x + \cos x$ とおく。

(1) y を t の式で表せ。(2) y が最小となる t と最小値を求めよ。(3) y が最大となる x と最大値を求めよ。

第 2 問

一辺の長さが 1 の正八面体 $ABCDEF$ がある。点 P, Q はそれぞれ辺 AD, BC 上にあり、 $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{AD}$ かつ $\overrightarrow{PQ} \perp \overrightarrow{BC}$ を満たす。

(1) $\overrightarrow{AD}$ と $\overrightarrow{BC}$ のなす角を求めよ。(2) AP, BQ を求めよ。(3) PQ を求めよ。(4) 平面 EPQ と直線 BF の交点を R とするとき、 BR を求めよ。

第 3 問

ある病原菌には A 型, B 型があり, 同時感染はない。検査 Y では, A 型感染者を陰性とする確率が 10%, B 型感染者を陰性とする確率が 20%, 非感染者を陽性とする確率が 10% である。全体の 1% が A 型, 4% が B 型に感染している集団から 1 人を選ぶ。

(1) 検査 Y が陽性となる確率を求めよ。(2) 陽性だったとき, A 型, B 型に感染している条件付き確率を求めよ。(3) 独立に同じ検査を 2 回行い, とともに陽性だったとき, A 型, B 型に感染している条件付き確率を求めよ。

第 4 問

(1) 正の定数 r に対し，実数 x, y の条件

$$p: |x + y| \leq 3 \text{ かつ } |x - y| \leq 3, \quad q: (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq r^2$$

を考える。「 p ならば q 」が真となる r の最小値と，「 q ならば p 」が真となる r の最大値を求めよ。

(2) $A = \{n \mid n \text{ は } 3 \text{ で割ると } 2 \text{ 余る自然数}\}$, $B = \{n \mid n \text{ は } 5 \text{ で割ると } 3 \text{ 余る自然数}\}$ とする。 $A \cap B$ の要素を小さい順に並べた数列の第 k 項と， $A \cup B$ の要素を小さい順に並べた数列の第 100 項を求めよ。

(3) 定数 a に対し，直線 $y = 2ax + 1/4$ と放物線 $y = x^2$ の 2 交点を P_1, P_2 とする。 $0 \leq a \leq 1$ のとき，線分 P_1P_2 が通過する部分の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)