

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2024 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

一辺の長さが 2 の正四面体 $ABCD$ において、辺 AD 上の点 E 、辺 DC 上の点 F 、辺 CA 上の点 G 、辺 BC 上の点 H を $AE = DF = CG = 2t$ 、 $BH = t$ となるようにとる。ただし、 $0 \leq t \leq 1$ とする。

- (1) $\triangle EFG$ の面積を求めよ。
- (2) B から平面 ACD に垂線を下ろし、その交点を P とするとき、 BP を求めよ。
- (3) H から平面 EFG に垂線を下ろし、その交点を Q とするとき、 HQ を求めよ。
- (4) 四面体 $HEFG$ の体積が最小になる t を求めよ。

第 2 問

表と裏が出る確率がそれぞれ $1/2$ である硬貨がある。座標平面上の点 $A(0,0)$, $B(1,0)$ について、硬貨を 1 回投げるごとに次の規則で点を動かす。この操作を n 回繰り返した直後の点 A, B を考える。

- 表が出たとき、 A は動かさず、 B を A を中心に反時計回りに 90° 回転した位置へ動かす。
- 裏が出たとき、 B は動かさず、 A を B を中心に反時計回りに 90° 回転した位置へ動かす。

(1) $n = 10$ のとき、 $\overrightarrow{AB}$ を求めよ。

(2) $n = 3$ のとき、 A が位置し得る座標の総数を求めよ。

(3) $n = 4$ のとき、 A が原点にある確率と、 A が x 軸上にある確率を求めよ。

(4) $n = 8$ のとき、 A が原点にある確率と、 A が x 軸上にある確率を求めよ。

第 3 問

(1) 整数の組 (x, y) で

$$\log_{1/4} y < \log_{1/2}(x-1), \quad 2^{y-1} < 8^x$$

を満たすものの個数を求めよ。

(2) $AB = 4$, $BC = 2\sqrt{6}$, $CA = 2\sqrt{3} - 2$ の $\triangle ABC$ がある。角 A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。 $\triangle ABC$ の面積と AD を求めよ。

(3) 座標平面上で、直線 $y = 2x - 3$ を原点を中心に反時計回りに 45° 回転して得られる直線の方程式を求めよ。

(4) 放物線 $y = x^2$ 上の点 $P(t, t^2)$ ($0 \leq t \leq 1$) における接線と、放物線 $y = -(x+1)^2$ の 2 つの共有点の中点を Q とする。ただし、共有点が 1 つの場合はその共有点を Q とする。点 Q の座標を求め、 t が $0 \leq t \leq 1$ を動くときに線分 PQ が動いてできる図形の面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)