

入 学 試 験 問 題

数 学



上 智 大 学 2025 年 度 TEAP1 数 学 (AM)

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上の放物線 $C_1: y = x^2$ と円 $C_2: x^2 + (y - b)^2 = a^2$ を考える。ただし、 a, b は正の実数とする。

- (1) C_1 と C_2 が共有点をちょうど 3 つもつための必要十分条件を求めよ。
- (2) C_1 と C_2 が異なる 2 点で接するための必要十分条件を求めよ。2 つの接点のうち x 座標が正のものを $A(\alpha, \beta)$ とする。 A における共通接線の傾きが $\sqrt{3}$ であるとき、直線 $y = \beta$ の下側で C_1, C_2 に囲まれた部分の面積を求めよ。

第 2 問

実数 t に対し，座標空間の 3 点 $A(t/3, t, t)$ ， $B(1, t+1, t+1)$ ， $C(t, t-1, t-2)$ を考える。

(1) 線分 BC が xy 平面と共有点をもつための必要十分条件を求め，共有点 $(p, q, 0)$ を t で表せ。

(2) 3 点 A, B, C を通る平面を α とする。 α 上の三角形 ABC と xy 平面が共有点をもつための必要十分条件を求めよ。また，その共通部分の長さの最大値を求めよ。

第 3 問

- (1) 1 と異なる正の実数 a, b が $\log_a b + \log_b a^3 = 4$, $ab^2 = 4$ を満たす。 $a \neq b$ のとき, $\log_2 a, \log_2 b$ を求めよ。
- (2) 異なる 2 つの正の実数 α, β が $1/\alpha + 1/\beta = 1$ を満たす。 $A = \alpha + \beta$, $B = 2\sqrt{\alpha + \beta}$, $C = \sqrt{2\alpha} + \sqrt{2\beta}$ の大小を比較せよ。
- (3) 正の奇数 n 以下のすべての正の奇数の積を $n!!$ と表す。 $2025!!$ は 31 で最大何回割り切れるか。

第 4 問

赤玉 3 個，青玉 2 個，白玉 1 個が入った袋から， $A \rightarrow B \rightarrow B \rightarrow A$ の順に 1 個ずつ，戻さずに取り出す。 A は自分の 2 回で赤玉と白玉を出せば勝ち， B は自分の 2 回で青玉と白玉を出せば勝ち，どちらも勝たなければ引き分けとする。

(1) A が勝つ確率と B が勝つ確率を求めよ。(2) 最初の $A \rightarrow B$ の 2 個を取り出した時点で，引き分けが確定する確率を求めよ。(3) 3 個目を取り出した時点で勝負の結果が確定していないとき，4 個目によって A が勝つ条件付き確率を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)