

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 1984 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 3 問

正の数 α , β , m , n が次の条件を満たしている.

$$2\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}, \quad \tan \alpha = \frac{1}{m}, \quad \tan \beta = \frac{1}{n}$$

- (1) m を用いて n を表せ.
- (2) m , n がともに整数であるとき, m と n を求めよ.

第 4 問

曲線 $C: y = \sqrt{3}e \log x$ がある. ここに対数は自然対数で, e はその底とする.

- (1) 原点 O から曲線 C に引いた接線の方程式を求めよ.
- (2) (1) における接線の接点を A とする. 曲線 C の下側にあつて, x 軸と点 B で接し, かつ A で曲線 C と共通の接線をもつ円の中心を P とする. 曲線 C と x 軸および円の弧 AB (中心角 $\angle APB < \pi$ に対する弧) で囲まれた図形の面積を求めよ.

第 5 問

n を自然数とし、 $f(x) = \sum_{k=1}^{2n} |x - 3^k|$ とする.

- (1) x が実数全体を動くとき、 $f(x)$ の値を最小にするような実数 x の集合を求めよ.
- (2) $f(x)$ の最小値を a_n とするとき、 a_n および $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{9^n}$ を求めよ.

第 6 問

- (1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \{\sqrt{x^2 + 2x + \sqrt{x}} - (ax + b)\} = 0$ となるように定数 a, b を定めよ.
- (2) (1) で求めた a, b に対して, 曲線 $y = \sqrt{x^2 + 2x + \sqrt{x}}$ および 2 つの直線 $y = ax + b$, $x = 0$ で囲まれた図形を, x 軸のまわりに回転してできる立体の体積を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)