

入 学 試 験 問 題



数 学

東 北 大 学 1988 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

四面体 $OABC$ において、

$$\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \quad \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \quad \overrightarrow{OC} = \vec{c}$$

とする。 G を三角形 ABC の重心、すなわち

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}$$

を満たす点とする。

(1) $\overrightarrow{OG} = \vec{g}$ において、 AG^2 を $\vec{a}, \vec{g}$ および内積を用いて表せ。

(2) 次の等式を示せ。

$$OA^2 + OB^2 + OC^2 = AG^2 + BG^2 + CG^2 + 3OG^2$$

(3) 三角形 OAB の重心を E とする。

$$\overrightarrow{OF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{OG}$$

によって点 F を定めるとき、 F は直線 CE 上にあることを示せ。

第 2 問

3 次関数 $f(x)$ は、 $x = 1$ で極小値 0、 $x = -3$ で極大値 32 をとる。

(1) $f(x)$ を求めよ。

(2) 点 $A(0, f(0))$ における曲線 $C : y = f(x)$ の接線 l が、再び C と交わる点を B とする。

点 P が C 上を A から B まで動くとき、 P と l との距離の最大値を求めよ。

第 3 問

(1) 行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

で表される 1 次変換が、曲線 $xy = 1$ 上のすべての点を曲線 $x^2 - y^2 = 2$ 上の点に移すとき、 A はどのような行列か。行列 A の各成分を a の式として表せ。

(2) さらに、この 1 次変換の逆変換も、曲線 $xy = 1$ 上のすべての点を曲線 $x^2 - y^2 = 2$ 上の点に移すとき、 A を求めよ。

第 4 問

次の条件を満たす整数 a, b の組のうち、 $\log_a b$ が有理数となるものをすべて求めよ。

$$1 < a < b < a^2 < 100$$

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)