

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 1991 年 度 文 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

実数 x に対し，行列 $A(x)$ を $A(x) = \begin{pmatrix} x-1 & 1 \\ -1 & x+1 \end{pmatrix}$ と定義する．

(1)

$$A(x)A(y) = A(xy) + (x + y - 1)A(0)$$

を証明せよ．

(2) n が 2 以上の整数のとき

$$A(x)^n = A(x^n) + (nx^{n-1} - 1)A(0)$$

が成り立つことを証明せよ．ただし

$$A(x)^1 = A(x), \quad A(x)^n = A(x)A(x)^{n-1} \quad (n \geq 2)$$

とする．

第 2 問

実数 r に対して，空間の点 (r, r^2, r^3) を $P(r)$ で表す．さらに，点 $P(r)$ を通り方向ベクトルが $(1, 2r, 3r^2)$ ， $(0, 2, 6r)$ である 2 本の直線を含む平面を $\pi(r)$ で表す． $abc \neq 0$ ， $a \neq b$ ， $a \neq c$ であるとき，次の問に答えよ．

- (1) 3 点 $P(0)$ ， $P(a)$ ， $P(b)$ を通る平面 α の方程式を求めよ．
- (2) 3 つの平面 $\pi(0)$ ， $\pi(a)$ ， $\pi(c)$ の共有点 Q の座標を求めよ．
- (3) α が Q を通るための必要十分条件を求めよ．

第 3 問

楕円 $C : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) と第 1 象限の点で接する直線を l とし, C, l および x 軸, y 軸で囲まれる図形を A とする.

- (1) A の面積を最小にする l の方程式を求めよ.
- (2) (1) で求めた直線 l で定まる図形 A を x 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積を求めよ.

第 4 問

次の 3 つの命題が正しいかどうかを調べよ.

- (1) 点 $(\sin 2\theta, \cos 2\theta, 2 \cos \theta)$ は θ の値によらず同一平面上にある.
- (2) 点 $(\sin 2\theta, \cos 2\theta, 2 \cos \theta)$ は θ の値によらず同一球面上にある.
- (3) 点 $(t, \log_2(1 + 4^t), \log_2(2^t + 2^{-t}))$ は t の値によらず同一平面上にある.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)