

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 1992 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

行列

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$$

について、次の問に答えよ.

(1) 等式 $AB = BA$ が成り立つとき、 A の成分の間にはどのような関係があるか.

(2) $a = \frac{3}{5}$ のとき,

$$AB = BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

を満たす行列 A をすべて求めよ.

第 2 問

短針の長さが 1，長針の長さが 2 の時計がある．短針を $\vec{a}$ ，長針を $\vec{b}$ とするとき，点 $(|\vec{a} + \vec{b}|, \vec{a} \cdot \vec{b})$

の動く範囲を求め，それを図示せよ．

ただし， $|\vec{a} + \vec{b}|$ はベクトル $\vec{a} + \vec{b}$ の大きさ， $\vec{a} \cdot \vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を表す．

第 3 問

平面上を運動する点 P の座標 (x, y) が、時刻 t の関数として

$$x = e^t \sin t, \quad y = e^t \cos t$$

で与えられている。

(1) 点 P の時刻 t における速度を $\vec{v}$ とするとき、 $\vec{v}$ と $\overrightarrow{OP}$ のなす角を求めよ。ただし O は原点を表す。

(2) 点 P が描く曲線の時刻 t における接線の傾きを $f(t)$ とするとき、次の積分を求めよ。

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(t) dt$$

第 4 問

数直線上の点 Q が最初に原点にあるとする．サイコロを 2 回投げ，点 Q を数直線上の正の向きに第 1 投の目の数だけ進め，負の向きに第 2 投の目の数だけ進める試行を考える．このときの点 Q の位置を確率変数 X とする．

- (1) X の確率分布を求めよ．
- (2) X の期待値 $E(X)$ と分散 $V(X)$ を求めよ．
- (3) 上の試行を 6 回繰り返すとき，点 Q が 29 にある確率，および 28 にある確率をそれぞれ求めよ．

第 5 問

a, b, c をそれぞれ 1 より大きな数とする. 次の間に答えよ.

(1) 次の不等式を示せ.

$$\log_{ab} a + \log_{bc} b + \log_{ca} c > 1$$

(2) 次の不等式を示せ.

$$\log_{ab} a + \log_{bc} b + \log_{ca} c < 2$$

(3)

$$\log_{ab} a + \log_{bc} b + \log_{ca} c = \frac{3}{2}$$

となるための必要十分条件を求めよ.

第 6 問

x についての 3 次方程式

$$2x^3 - 3(a+b)x^2 + 6abx - 2a^2b = 0$$

が 3 つの相異なる実数解をもつとする. このとき点 (a, b) の存在する範囲を求め, それを図示せよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)