

入 学 試 験 問 題



数 学

東 北 大 学 1994 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

x に関する 3 次方程式 $(x + a)^3 - 3x - a^2 = 0$ が負の解をもたないように実数 a の範囲を定めよ.

第 2 問

原点を O とする空間に 3 点 $A(a, 0, 0)$, $B(0, b, 0)$, $C(0, 0, c)$ をとり, 四面体 $OABC$ を考える. ただし, $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ とする.

- (1) 3 点 A , B , C を通る平面の方程式, および, 原点とこの平面との距離 h を a , b , c で表せ.
- (2) $\triangle ABC$ の面積を a , b , c で表せ.
- (3) $\triangle ABC$, $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCA$ の面積をそれぞれ S_0 , S_1 , S_2 , S_3 とし, 各三角形の単位法線ベクトルで四面体 $OABC$ の内部から外に向かうものを, $\vec{u}_0$, $\vec{u}_1$, $\vec{u}_2$, $\vec{u}_3$ とする. ベクトル

$$S_0\vec{u}_0 + S_1\vec{u}_1 + S_2\vec{u}_2 + S_3\vec{u}_3$$

を求めよ.

第 3 問

行列

$$A = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \sin \theta & 2 \cos \theta \\ a & b \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \sin \theta & a \\ 2 \cos \theta & b \end{pmatrix}$$

において、 A は逆行列 A^{-1} をもち、 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ 、 $ab \geq 0$ とする。 $B = 3A^{-1}$ が成り立つとき、次に答えよ。

- (1) A を求めよ。
- (2) A の表す xy 平面上の 1 次変換によって、円 $x^2 + y^2 = 1$ はどのような図形に移るか。その方程式を求めよ。

第 4 問

2 次関数 $f_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) を次のように定義する.

$$f_1(x) = 3x^2, \quad f_2(x) = 3x^2 + 4x,$$

$$f_n(x) = 3x^2 + 4x \int_0^1 f_{n-1}(t)dt - \int_0^1 f_{n-2}(t)dt \quad (n \geq 3)$$

(1) $a_1 = 0$,

$$a_n = \int_0^1 f_{n-1}(t)dt$$

($n \geq 2$) とおくとき, a_n を a_{n-1} と a_{n-2} で表す漸化式を求めよ.

(2) $f_n(x)$ を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)