

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 1995 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 5 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 7 ページあり、問題は全部で 5 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

空間に 3 点

$$A(\sqrt{2}, \sqrt{2}, 0), \quad B(1, -1, \sqrt{2}), \quad C(-1, 1, \sqrt{2})$$

が与えられている.

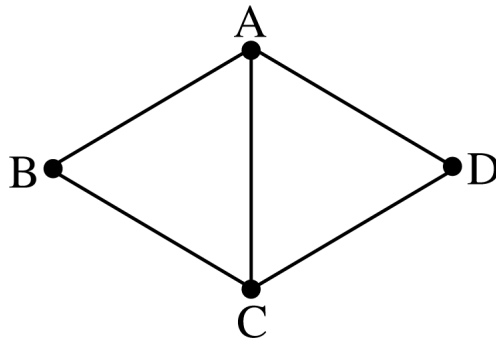
- (1) ベクトル $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AC}$ のなす角を求めよ.
- (2) 3 点 A, B, C を通る平面 S の方程式を求めよ.
- (3) 原点 O を通る球面で, 平面 S による切り口が三角形 ABC の内接円となるものの方程式を求めよ.

第 2 問

2つの不等式 $3x^2 + y^2 \leq 3$, $y \geq x - 1$ を同時に満たす xy の平面の領域の面積を求めよ.

第 3 問

図のような4個の点 A, B, C, D を結んだ図形を考える．動点 P は点 A を出発点として A, B, C, D 上を移動する． P が A または C にいるときは，残りの3点にそれぞれ $\frac{1}{3}$ の確率で移動し， P が B または D にいるときは A, C にそれぞれ $\frac{1}{2}$ の確率で移動する． n 回の移動後 P が A, B, C, D にいる確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n, d_n とする．



- (1) a_{n+1}, c_{n+1} を a_n, b_n, c_n, d_n を用いて表せ．
- (2) 数列 $\{a_n + c_n\}, \{a_n - c_n\}$ のそれぞれの漸化式を導け．
- (3) a_n, c_n を求めよ．

第 4 問

放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上の点 $T\left(t, \frac{t^2}{2} - 1\right)$ における法線を l_t とする.

- (1) l_t が点 $P(p, q)$ を通るとき, p, q, t の満たす関係式を求めよ.
- (2) 点 $P\left(p, \frac{3}{2}\right)$ を通る法線 l_t の本数について調べよ.
- (3) 点 $P(p, q)$ を通る法線 l_t がちょうど 2 本あるとき, p と q の満たす関係式を求めよ.

第 5 問

$a > 2$ とし, $f(x) = x^2 e^{-|x-a|}$ とする.

(1) $f(x)$ の極値を求めよ.

(2) 極限值

$$\lim_{a \rightarrow +\infty} \frac{1}{a^2} \int_{-a}^a f(x) dx$$

を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)