

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 1997 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

空間の 2 定点 $O(0, 0, 0)$, $A(-1, 1, 1)$ に対し, 点 $P(x, y, z)$ は次の 2 条件 (i), (ii) を満たしながら動くとする.

(i) 点 P は, 方程式 $y = 2x$ で与えられる平面上にある.

(ii) ベクトル $\overrightarrow{OA}$ とベクトル $\overrightarrow{AP}$ は垂直である.

このとき, ベクトル $\overrightarrow{AP}$ の長さの最小値と, その最小値を与える P の座標 (x, y, z) を求めよ.

第 2 問

1 個のさいころを振って，出た目の 2 乗を得点とする．この試行を 3 回行ったとき，得点の合計が 80 点以上になる確率を求めよ．

第 3 問

(1) $\log x$ を x の自然対数とする. このとき, 関数 $f(x) = \frac{\log x}{x}$ ($x > 0$) の極値, および $y = f(x)$ のグラフと x 軸との交点を求め, $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ.

(2) a を正の数とする. 不等式 $a^x \geq x^a$ が, $x \geq a$ である任意の x に対して成り立つような, a の範囲を求めよ.

第 4 問

a を定数とし、2 次曲線 $y = (x - a)^2 - 4$ の $x \geq a$ を満たす部分を E とする．4 点 $A(0, 0)$, $B(4, 0)$, $C(4, 4)$, $D(0, 4)$ を頂点とする正方形の面積を E が 2 等分するとき、 a の値を求めよ．

第 5 問

xy 平面上の 2 つの曲線

$$y = x^2 + 1, \quad y = \left| \frac{(x+1)(x-a)}{2} \right|$$

が共有点をもたないとき、実数 a の存在する範囲を求めよ.

第 6 問

関数 $f(x) = x^3\sqrt{1-x^2}$ ($|x| \leq 1$) を考える.

- (1) $f(x)$ の最大値と最小値を求め, $y = f(x)$ のグラフの概形をかけ.
- (2) $y = f(x)$ のグラフと x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)