

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 2006 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

定数 a, b, c, p, q を整数とし、次の x と y の 3 つの多項式

$$P = (x + a)^2 - 9c^2(y + b)^2$$

$$Q = (x + 11)^2 + 13(x + 11)y + 36y^2$$

$$R = x^2 + (p + 2q)xy + 2pqy^2 + 4x + (11p - 14q)y - 77$$

を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 多項式 P, Q, R を因数分解せよ。
- (2) P と Q, Q と R, R と P は、それぞれ x, y の 1 次式を共通因数としてもっているものとする。このときの整数 a, b, c, p, q を求めよ。

第 2 問

袋の中に 1 から 7 までの番号が書かれた球が 7 個入っている．ここから同時に 3 個の球を取り出す．取り出された 3 個の球に書かれている数を大きいものから順に X , Y , Z とする． X , Y , Z それぞれの期待値を求めよ．ただし，7 個の球にはそれぞれ互いに異なる 1 個の番号が書かれていて，どの球も取り出される確率は皆等しいものとする．

第 3 問

図1のような $AB = BC = CD = DA = AC = 1$ である四角形 $ABCD$ を考える．この四角形 $ABCD$ を AC で折り，図2のように点 B, C, D が平面 P にのるように置く．図2に現れる辺 CB と辺 CD とがなす角を α ， $\alpha = \angle BCD$ ，とし $0^\circ < \alpha < 120^\circ$ とする．

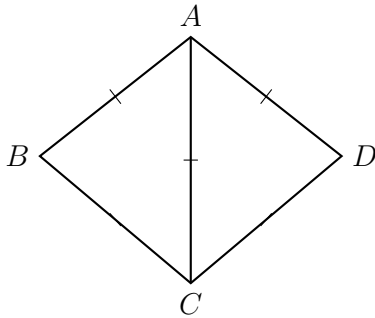


図1：折る前の四角形

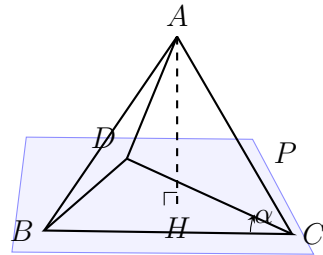


図2：折った後

以下の問に答えよ．

- (1) 図2において， A から平面 P に下ろした垂線が P と交わる点を H とする． $\overrightarrow{AH}$ を $\overrightarrow{CA}$ ， $\overrightarrow{CB}$ ， $\overrightarrow{CD}$ と α で表せ．
- (2) $\overrightarrow{AH}$ の長さを α を用いて表せ．
- (3) H が図2における $\triangle BCD$ の重心となるときの角度 α を求めよ．

第 4 問

連立不等式 $1 \leq x \leq 2$, $y \leq 0$ が表す xy 平面内の領域を D とする. また, a を定数とし, 不等式 $y \geq x^2 - 3ax + 2a^2$ が表す xy 平面内の領域を E とする. 以下の問に答えよ.

- (1) D と E とが共通点をもつような実数 a の範囲を求めよ.
- (2) (1) の範囲の a に対して, D と E との共通部分の面積 $S(a)$ を求めよ.
- (3) (2) で求めた $S(a)$ の最大値を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)