

入 学 試 験 問 題



数 学

東 北 大 学 2016 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

平面上で原点 O と 3 点 $A(3, 1)$, $B(1, 2)$, $C(-1, 1)$ を考える。実数 s, t に対し, 点 P を

$$\overrightarrow{OP} = s\overrightarrow{OA} + t\overrightarrow{OB}$$

により定める。以下の問いに答えよ。

(1) s, t が条件

$$-1 \leq s \leq 1, \quad -1 \leq t \leq 1, \quad -1 \leq s + t \leq 1$$

を満たすとき, 点 $P(x, y)$ の存在する範囲 D を図示せよ。

(2) 点 P が (1) で求めた範囲 D を動くとき, 内積 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC}$ の最大値を求め, そのときの P の座標を求めよ。

第 2 問

放物線 $C : y = -\frac{1}{2}x^2$ を考える。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $y = -2|x| + k$ のグラフが放物線 C と共有点をもつような実数 k の範囲を求めよ。
- (2) a, b を実数とする。関数 $y = -2|x - a| + b$ のグラフが放物線 C と共有点をちょうど 4 個もつような点 (a, b) 全体のなす領域 D を xy 平面に図示せよ。
- (3) (2) で求めた領域 D の面積を求めよ。

第 3 問

ある工場で作る部品 A, B, C はネジをそれぞれ 7 個, 9 個, 12 個使っている。出荷後に残ったこれらの部品のネジをすべて外したところ、ネジが全部で 54 個あった。残った部品 A, B, C の個数をそれぞれ l, m, n として、可能性のある組 (l, m, n) をすべて求めよ。

第 4 問

鋭角三角形 $\triangle ABC$ において、頂点 A, B, C から各対辺に垂線 AD, BE, CF を下ろす。これらの垂線は垂心 H で交わる。このとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 四角形 $BCEF$ と $AFHE$ が円に内接することを示せ。
- (2) $\angle ADE = \angle ADF$ であることを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)