

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 2017 年 度 文 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

xy 平面において、原点を中心とする半径 1 の円を C とする。 a, b を実数とし、放物線

$$D: y = x^2 + ax + b$$

の頂点 (p, q) が円 C 上にあるとする。

(1)

$$(p, q) = (\cos \theta, \sin \theta) \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$

と表すとき、 a, b を θ を用いて表せ。

(2) 放物線 D の $x = 1$ における接線が円 C の周を 2 等分するような組 (a, b) をすべて求めよ。

(3) 放物線 D の接線で円 C の周を 2 等分するものが、ただ一つ存在するような組 (a, b) をすべて求めよ。

第 2 問

a を実数とする。 $z = x + yi$, $\bar{z} = x - yi$ (x, y は実数, i は虚数単位) として, 方程式

$$z^3 = \bar{z} + a \quad (*)$$

を考える。

(1) $a = 0$ のとき, $(*)$ を満たす z をすべて求めよ。

(2) $(*)$ を満たす z がちょうど 5 個存在するような a の値の範囲を求めよ。

第 3 問

$3 \leq k < n$ を満たす整数 n, k を考える。赤玉 k 個と青玉 $n - k$ 個が入った袋から 3 個を無作為に取り出すとき、赤玉 2 個、青玉 1 個となる確率を $p(n, k)$ とする。

(1) $p(n, k)$ を求めよ。

(2) n は 6 以上の 3 の倍数とする。 n を固定し、 $3 \leq k < n$ の範囲で k を動かすとき、 $p(n, k)$ の最大値と、そのときの k を求めよ。

第 4 問

n を負でない整数とする。

(1)

$$2x + 2y + z = n$$

を満たす負でない整数 x, y, z の組の総数を, $n = 4$ と $n = 5$ のそれぞれの場合に求めよ。

(2) 同じ等式を満たす負でない整数 x, y, z の組の総数を, n を用いて表せ。

(3)

$$2x + 2y + z \leq n$$

を満たす負でない整数 x, y, z の組の総数を, n を用いて表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)