

入 学 試 験 問 題



数 学

東 北 大 学 2026 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上の放物線 $y = x^2$ を C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 正の実数 u に対し，放物線 C の接線で点 $(u, u - 1)$ を通るものがちょうど 2 本あることを示せ。
- (2) 正の実数 u に対し，放物線 C の相異なる 2 本の接線で点 $(u, u - 1)$ を通るものを l_1, l_2 とする。放物線 C と直線 l_1 の接点を P_1 とし，放物線 C と直線 l_2 の接点を P_2 とする。このとき，線分 P_1P_2 の垂直二等分線 m は y 軸と交わることを示せ。また， u が正の実数全体を動くとき，直線 m と y 軸の交点の y 座標 $q(u)$ の最小値と，それを与える u の値を求めよ。

第 2 問

以下の問いに答えよ。

- (1) $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) を 1 つ求めよ。なお、解答は答えのみでよい。
- (2) $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) は無数に存在することを示せ。
- (3) 正の整数の組 (a, b, c) は $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たすとする。このとき、 $a + c$ および b は偶数であることを示せ。さらに、もし a と c が偶数ならば b は 4 の倍数であることを示せ。

第 3 問

平面上の三角形 OAB において $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$ とおき, 次が成り立つとする。

$$|\vec{a}| = \sqrt{2}, \quad |\vec{b}| = \sqrt{5}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

ただし, $\vec{a} \cdot \vec{b}$ は $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を表す。 s, t は $0 < s < 1, 0 < t < 1$ を満たす実数とし, 辺 OA を $s : (1-s)$ に内分する点を D , 辺 OB を $t : (1-t)$ に内分する点を E とする。また, 線分 AE と線分 BD の交点を F とし, これら 2 つの線分は点 F において直交しているとする。以下の問いに答えよ。

(1) t を s を用いて表せ。また, s のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) $\overrightarrow{OF}$ を $\vec{a}, \vec{b}$ および s を用いて表せ。

(3) 平面上の点 P で

$$|\overrightarrow{OP}|^2 + 2\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{AB} = 4$$

を満たすものの全体が半径 3 の円をなすための必要十分条件を $\overrightarrow{OF}, \vec{a}, \vec{b}$ を用いて表せ。
また, この必要十分条件が成り立つとき, s の値を求めよ。

第 4 問

関数 $f(x) = x^4 - x^2$ を考える。座標平面において、 x 軸と平行な直線 l は曲線 $y = f(x)$ 上の相異なる 2 点における接線であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値を求め、 $y = f(x)$ のグラフをかけ。
- (2) 直線 l の方程式を求めよ。なお、解答は答えのみでよい。
- (3) 直線 l と異なる直線 m は曲線 $y = f(x)$ とちょうど 2 つの共有点を持ち、かつ x 軸と平行であるとする。直線 l と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積を S とし、直線 m と曲線 $y = f(x)$ で囲まれる部分の面積を T とするとき、 $\frac{T}{S} > \sqrt{2}$ が成り立つことを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)