

入 学 試 験 問 題

数 学



東 北 大 学 2026 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

座標平面上の放物線 $y = x^2$ を C とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 正の実数 u に対し，放物線 C の接線で点 $(u, u - 1)$ を通るものがちょうど 2 本あることを示せ。
- (2) 正の実数 u に対し，放物線 C の相異なる 2 本の接線で点 $(u, u - 1)$ を通るものを l_1, l_2 とする。放物線 C と直線 l_1 の接点を P_1 とし，放物線 C と直線 l_2 の接点を P_2 とする。このとき，線分 P_1P_2 の垂直二等分線 m は y 軸と交わることを示せ。また， u が正の実数全体を動くとき，直線 m と y 軸の交点の y 座標 $q(u)$ の最小値と，それを与える u の値を求めよ。

第 2 問

以下の問いに答えよ。

- (1) $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) を 1 つ求めよ。なお、解答は答えのみでよい。
- (2) $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たす正の整数の組 (a, b, c) は無数に存在することを示せ。
- (3) 正の整数の組 (a, b, c) は $a^2 + 2b^2 = c^2$ を満たすとする。このとき、 $a + c$ および b は偶数であることを示せ。さらに、もし a と c が偶数ならば b は 4 の倍数であることを示せ。

第 3 問

a, b, c, d は実数とし，実数全体を定義域とする関数

$$f(x) = \begin{cases} 8x^3 - 6x^2 + 2 & (|x| \leq 1 \text{ のとき}) \\ 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d & (|x| > 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

はすべての x の値で微分可能であるとする。以下の問いに答えよ。

- (1) a, b, c, d の値を求めよ。
- (2) 関数 $f(x)$ の最小値と，それを与える x の値を求めよ。

第 4 問

座標平面において、 x 座標も y 座標も整数である点全体の集合上を移動する点 P がある。時刻 0 に点 P は原点 O にある。0 以上の整数 t に対し、時刻 t に点 P が点 (m, n) にあるとき、時刻 $t + 1$ での点 P の位置は 4 点

$$(m + 1, n), (m - 1, n), (m, n + 1), (m, n - 1)$$

のいずれかであり、また、どの位置にある確率も $\frac{1}{4}$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) 時刻 8 に点 P が点 $(4, 0)$ にある確率を求めよ。
- (2) 時刻 8 に点 P が双曲線 $x^2 - y^2 = 16$ 上にある確率を求めよ。
- (3) 時刻 8 に点 P が双曲線 $x^2 - y^2 = 16$ 上にあるとき、時刻 1, 時刻 2, $\dots$, 時刻 7 のいずれかに点 P が点 $(4, 2)$ にある条件付き確率を求めよ。

第 5 問

座標平面上の曲線 C は、媒介変数 t を用いて

$$x = e^t \cos t, \quad y = e^t \sin t \quad \left(0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}\right)$$

と表されている。曲線 C の y 軸に平行な接線を l とし、曲線 C 、直線 l および x 軸で囲まれる図形を D とする。以下の問いに答えよ。

(1) 直線 l の方程式を求めよ。

(2) 正の実数 α, β に対し、次の 2 つの不定積分を求めよ。

$$I = \int e^{\alpha t} \cos \beta t dt, \quad J = \int e^{\alpha t} \sin \beta t dt$$

(3) D を x 軸の周りに 1 回転させてできる立体の体積 V の値を求めよ。

第 6 問

A, B, C, D, O, P, Q は空間内の 7 点である。そのうち 6 点 A, B, C, D, O, P は相異なり, 5 点 A, B, C, D, P はある球面 S 上にある。また, 点 Q は直線 CD 上にある。さらに, ある実数 a, b に対し, 次が成り立つとする。

$$\overrightarrow{OP} = a\overrightarrow{OA}, \quad \overrightarrow{OQ} = b\overrightarrow{OB}, \quad a|\overrightarrow{OA}|^2 = b|\overrightarrow{OB}|^2$$

以下の問いに答えよ。

- (1) 点 Q は 3 点 A, B, P が定める平面 α 上にあることを示せ。
- (2) 点 Q は点 C または点 D に等しいことを示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)