

入 学 試 験 問 題



数 学

東 京 大 学 1987 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

行列 $X = \begin{pmatrix} x & z \\ z & y \end{pmatrix}$ が条件 $X^2 - 4X + \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ をみたすとき，このような x, y を座標とする点 (x, y) が存在する範囲を図示せよ．ただし，行列の成分は実数とする．

第 2 問

a を正の定数とし， x の関数 $f(x) = x^3 - ax^2 - a^2x$ のグラフを C とする． $f(x)$ が極大となる x の値を b とするとき，点 $(b, f(b))$ における C の接線と C とによって囲まれる部分の面積を a で表せ．

第 3 問

t の関数 $f(t)$ を $f(t) = 1 + 2at + b(2t^2 - 1)$ とおく.

区間 $-1 \leq t \leq 1$ のすべての t に対して $f(t) \geq 0$ であるような a, b を座標とする点 (a, b) の存在する範囲を図示せよ.

第 4 問

三つの実数 x, y, z のうち最大の数 $\max(x, y, z)$ で表し、最小の数 $\min(x, y, z)$ で表す。
いま、次の条件をみたす x, y, z を座標とする点全体の集合を R とする。

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0$$

$$\max(x, y, z) \leq a$$

$$x + y + z - \min(x, y, z) \leq a + b$$

R の体積を求めよ。ただし、 a, b は定数で、 $a > b > 0$ とする。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)