

入 学 試 験 問 題



数 学

東京大学 1990 年度 理系（後期）

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

xy 平面上の 4 点 $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(2,2)$, $C(0,2)$ を頂点とする正方形を Q とする. このとき, 次の条件を満たす xy 平面上の点 P の存在する範囲を図示し, その部分の面積を求めよ.
(条件) 点 P を通って, Q の面積 4 を 1 と 3 に切り分けるような直線を引くことができない.

第 2 問

$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ とし, P_0 を xy 平面上の原点とする. $i = 1, \dots, 6$ に対して, a_i を正の実数とし, $\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = A^i \begin{pmatrix} a_i \\ 0 \end{pmatrix}$ とおいたとき, 点 P_i を $\overrightarrow{P_{i-1}P_i} = (x_i, y_i)$ となるように定める. ただし, このとき $P_6 = P_0$ となっているものとする. $P_0, P_1, \dots, P_6$ を順に結んで得られる六角形を H とおく.

- (1) $a_1 - a_4 = a_5 - a_2 = a_3 - a_6$ であることを示せ.
- (2) $\sum_{i=1}^6 a_i = 6$, $a_1 - a_4 = 1$ とするとき, H の面積の最大値を求めよ.
- (3) $\sum_{i=1}^6 a_i = 6$ とするとき, H の面積の最大値を求めよ.

第 3 問

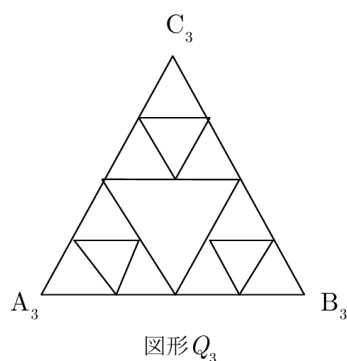
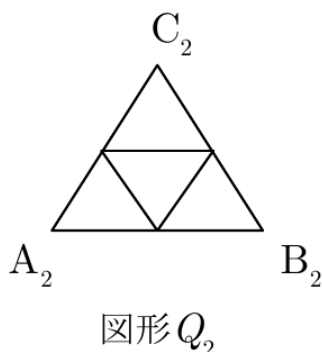
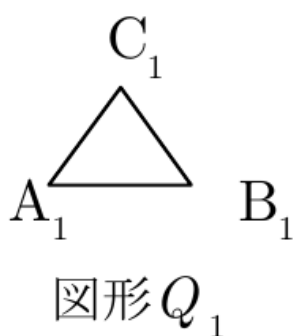
長さ 1 の線分をつなげてできる右のような平面上の図形 $Q_1, Q_2, Q_3, \dots$ を考える. $n = 1, 2, 3, \dots$ に対し, 図形 Q_n の左端の点を A_n , 右端の点を B_n , 上端の点を C_n とする.

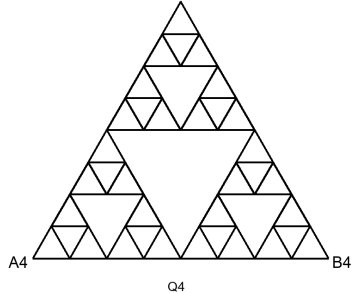
Q_1 は一辺の長さが 1 の正三角形の周である. Q_2 は図のように, Q_1 を 3 つつなげてできる図形である.

Q_n と同じ図形を 3 つ用意し, それらを $Q_n(1), Q_n(2), Q_n(3)$ とする. $i = 1, 2, 3$ に対し, $Q_n(i)$ の左端の点を $A_n(i)$, 右端の点を $B_n(i)$, 上端の点を $C_n(i)$ としたとき, Q_{n+1} は, $B_n(1)$ と $A_n(2)$, $C_n(2)$ と $B_n(3)$, $A_n(3)$ と $C_n(1)$ がそれぞれ同一の点になるようにおいてできる図形である.

Q_n において, A_n から線分の上を通り, 一度通った点は二度通らずに B_n まで行く行き方を考える. この行き方のうち, 途中 C_n を通らない場合の個数を x_n とし, 途中 C_n を通る場合の個数を y_n とする. 容易にわかるように, $x_n = y_n = 1$ である.

- (1) x_2, y_2 を求めよ.
- (2) x_{n+1} を x_n, y_n を用いて表せ. また, y_{n+1} を x_n, y_n を用いて表わせ.
- (3) x_3, y_3 を求めよ.





計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)