

入 学 試 験 問 題



数 学

東 京 大 学 1991 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

- (1) $x > 0$ において, 関数 $\frac{\log x}{x}$ の増減を調べよ. ただし, $\log x$ は x の自然対数である.
- (2) 正整数 a, b の組で, $a^b = b^a$ かつ $a \neq b$ を満たすものをすべて求めよ.
- (3) $3^x = x^3$ を満たす正の有理数は, 3 以外には存在しないことを示せ.

第 2 問

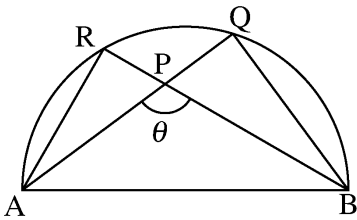
平面上に3つの円 C_1 , C_2 , C_3 があって, C_1 と C_2 は相異なる2点 A , B で交わり, C_3 は C_1 および C_2 と互いに直交している. ただし, 2つの円が互いに直交しているとは, 2つの円に共通点があって, 各共通点におけるそれぞれの円に対する接線がその共通点で直交しているときをいう.

- (1) 円 C_3 の中心は, 2点 A , B を通る直線上にあることを示せ.
- (2) 2点 A , B の一方は円 C_3 の内側に, 他方は円 C_3 の外側にあることを示せ.

第 3 問

xy 平面上の長さ 2 の線分 AB を直径とする半円を D とする. 半円 D の内部 (周を含まない) の一点を P とする. A と P を通る直線と半円 D の円弧の部分との交点を Q とし, B と P を通る直線と半円 D の円弧の部分との交点を R とする. 五角形 $ARPQB$ の面積を S とおく.

- (1) $\angle APB$ を一定に保ったまま点 P が半円 D の内部を動くとき, S のとる値の範囲を, $\angle APB = \theta$ を使って表せ.
- (2) 点 P が, 半円 D の内部を自由に動くとき, S のとる値の範囲を求めよ.



計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)