

入 学 試 験 問 題

数 学



東京大学 1993 年度 理系（後期）

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

n を 3 以上の自然数とする. xy 平面上, 原点を中心とし, 点 $(1, 0)$ をひとつの頂点にもつ正 n 角形を P とする.

- (1) P の像が P に完全に重なるような 1 次変換を表す行列をすべて求めよ.
- (2) (1) で求めた行列すべての和を求めよ.

第 2 問

xy 平面において、直線 l と点 A の距離を $d(l, A)$ と書くことにする. さらに、相異なる 3 点 $A = (x_1, y_1)$, $B = (x_2, y_2)$, $C = (x_3, y_3)$ が与えられたとき

$$f(l) = d(l, A)^2 + d(l, B)^2 + d(l, C)^2$$

とおく.

- (1) ある与えられた直線に平行な直線のうち、 $f(l)$ を最小にする直線 l_0 は三角形 ABC の重心を通ることを示せ.
- (2) 異なる 3 本の直線が $f(l)$ を最小にするならば、三角形 ABC は正三角形であることを示せ.

第 3 問

放物線の一部 $y = x^2$, $0 \leq x \leq 2$, を y 軸のまわりに回転してできる回転体型の容器に水を満たし, このなかに, 半径 r の鉛の球を, それが容器につかえて止るまでゆっくり沈めた. ただし, 鉛直線を y 軸とする. このとき, 次の問いに答えよ.

- (1) もとの水面に高さから球の中心の高さを引いた差 s を r の関数として表せ.
- (2) あふれ出る水の体積を最大にする r の値を求めよ.

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)