

入 学 試 験 問 題



数 学

東 京 大 学 1995 年 度 理 系 (後 期)

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

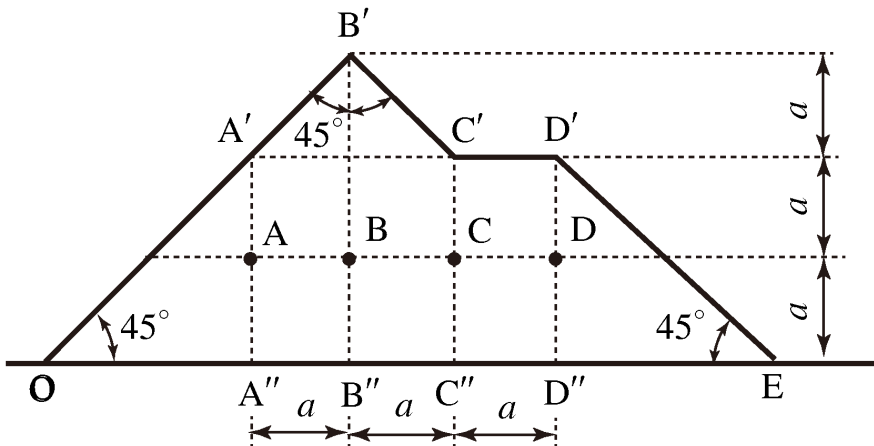
第 1 問

パスカル三角形の第 n 行の部分

$$P_n = \sum_{k=0}^n {}_nC_{3k}, \quad Q_n = \sum_{k=0}^n {}_nC_{3k+1}, \quad R_n = \sum_{k=0}^n {}_nC_{3k+2}$$

として数列 $\{P_n\}$, $\{Q_n\}$, $\{R_n\}$ を定義する。ただし $k > n$ のとき ${}_nC_k = 0$ とする。

- (1) P_{n+1} , Q_{n+1} , R_{n+1} を P_n , Q_n , R_n の式として表せ。
- (2) 一般項 P_n , Q_n , R_n を求めよ。
- (3) P_{12} , Q_{12} , R_{12} を求めよ。



第 2 問

平面上に2点 P , Q があり、 P と Q の距離は1であるとする。このとき、次の条件を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めたい。

(条件) 三角形 ABC は与えられた平面上にあり、各頂点 A , B , C から P までの距離または Q までの距離のうち、少なくとも一方は1以下である。

P を中心とする半径1の円周を E 、 Q を中心とする半径1の円周を F とする。

- (1) 条件の下で最大面積をもつ三角形の頂点 A , B , C は、それぞれ E または F の上にあることを示せ。
- (2) そのうち2頂点 A , B が円周 E 上にあるとする。円の中心 P から弦 AB に下ろした垂線の長さを p とする。 p を固定したとき、条件を満たす三角形 ABC の面積 S が最大となるならば、弦 AB と直線 PQ は直交することを示せ。
- (3) 条件を満たす三角形 ABC の面積 S の最大値を求めよ。

第 3 問

1 から 13 まで、それぞれ異なる整数が書かれたカードが 1 枚ずつ、全部で 13 枚ある。このカードを使って、 A と B の 2 人が次のルールでゲームを行う。

ア A と B は最初に 2 枚ずつカードを持つ。互いのカードの数字は見えない。

イ まず A が 1 枚のカードを数字が見えるようにして出し、 B はそれを見て 1 枚のカードを出す。数字の大きいカードを出した者が 1 点を得る。

ウ 次に残りのカードを出し合って、数字の大きいカードを出した者が 1 点を得る。

エ この際、 A と B はそれぞれ自分の得点が最大となるようにカードを出すものとする。

(1) カードが配られた後、 A は手持ちのカードのうち、数字の大きいものを最初に出すのが有利か、不利か、あるいはどちらを出してもよいか。

(2) A 、 B に無作為に 2 枚ずつカードを配った場合、 A の得点の期待値を求めよ。

(3) A はカードの数字の合計が 14 となるような 2 枚を最初を選んで持っているものとする。 B は残りのカードから無作為に 2 枚を選んでゲームを行う。この場合、 A ははじめにどのようにカードを選べば得点の期待値が最大となるか、また最小となるか。それぞれの場合の得点の期待値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)