

入 学 試 験 問 題



数 学

東 京 大 学 2000 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

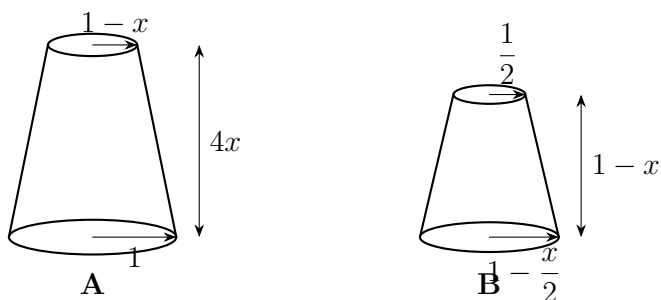
全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

底面の半径 1 ，上面の半径 $1 - x$ ，高さ $4x$ の直円すい台 A と，底面の半径 $1 - \frac{x}{2}$ ，上面の半径 $\frac{1}{2}$ ，高さ $1 - x$ の直円すい台 B がある。ただし， $0 \leq x \leq 1$ である。 A と B の体積の和を $V(x)$ とするとき， $V(x)$ の最大値を求めよ。



第 2 問

xy 平面内の領域

$$-1 \leq x \leq 1, \quad -1 \leq y \leq 1$$

において

$$1 - ax - by - axy$$

の最小値が正となるような定数 a, b を座標とする点 (a, b) の範囲を図示せよ。

第 3 問

正四面体の各頂点を A_1, A_2, A_3, A_4 とする。ある頂点にいる動点 X は、同じ頂点にとどまることなく、1 秒ごとに他の 3 つの頂点に同じ確率で移動する。 X が A_i に n 秒後に存在する確率を $P_i(n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) で表す。

$$P_1(0) = \frac{1}{4}, \quad P_2(0) = \frac{1}{2}, \quad P_3(0) = \frac{1}{8}, \quad P_4(0) = \frac{1}{8}$$

とすると、 $P_1(n)$ と $P_2(n)$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) を求めよ。

第 4 問

複素数平面上の原点以外の相異なる 2 点 $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ を考える。 $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ を通る直線を l , 原点から l に引いた垂線と l の交点を $R(w)$ とする。ただし, 複素数 γ が表す点 C を $C(\gamma)$ とかく。このとき,

「 $w = \alpha\beta$ であるための必要十分条件は, $P(\alpha)$, $Q(\beta)$ が中心 $A\left(\frac{1}{2}\right)$, 半径 $\frac{1}{2}$ の円周上にあることである。」

を示せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)