

入 学 試 験 問 題

数 学



東 京 大 学 2026 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 6 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

正の実数 k および $\alpha < \beta$ となる実数 α, β が次の条件を満たすように動く。

条件：座標平面上の放物線

$$C : y = k(x - \alpha)(\beta - x)$$

の頂点は $(-3, 1)$ であり， C は y 軸と $-2 \leq y \leq 0$ の範囲で交わる。

このとき， C と x 軸で囲まれる図形の面積 S のとりうる値の範囲を求めよ。

第 2 問

n を正の整数とする。座標平面上の $3n$ 個の点

$$(x, y) \quad (x, y \text{ は整数}, 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n)$$

から相異なる 3 点を無作為に選ぶ。この 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を p_n とする。

(1) p_5 を求めよ。

(2) $m \geq 2$ を整数とすると、 p_{2m} を求めよ。

第 3 問

$0 < a < 1$ とし、関数

$$f(x) = \frac{a}{8}(x-1)^2 + \frac{2}{a} - 3$$

を考える。また、関数 $g(x)$ は、すべての整数 n について

$$\begin{cases} g(x) = x - 2n & (2n \leq x < 2n+1), \\ g(x) = -x + 2n + 2 & (2n+1 \leq x < 2n+2) \end{cases}$$

で定められるとする。

(1) $x \geq 4$ において $f(x) > g(x)$ であることを示せ。

(2) $\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$ とする。 $x \geq 0$ における 2 つの曲線 $y = f(x), y = g(x)$ の交点の個数を求めよ。

第 4 問

k を実数とし、座標平面上の曲線

$$C : y = x^3 - kx$$

を考える。 C 上の 2 点 P, Q が次の条件 (*) を満たすとする。

(*) 点 $O(0, 0), P, Q$ は相異なる 3 点であり、 O, P, Q における C の接線は、どの 2 本も交わり、交わる角のうち小さい方の角がすべて $\frac{\pi}{3}$ である。

(1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{6}$ のとき、 $\tan(\theta + \frac{\pi}{3})$ を $\tan \theta$ を用いて表せ。

(2) 条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が存在するような k の範囲を求めよ。

(3) (2) で求めた範囲の k に対して、条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が動くとき、 O, P, Q における C の接線で囲まれる三角形の面積を S とする。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる場合は $S = 0$ とする。 S の最大値を M 、最小値を m とするとき、 $M = 4m$ となる k の値を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)