

東京大学 2026 年度 文系

解答

全 4 問 ——— 解 入試数学アーカイブ

【第 1 問】

正の実数 k および $\alpha < \beta$ となる実数 α, β が次の条件を満たすように動く。

条件：座標平面上の放物線

$$C: y = k(x - \alpha)(\beta - x)$$

の頂点は $(-3, 1)$ であり、 C は y 軸と $-2 \leq y \leq 0$ の範囲で交わる。

このとき、 C と x 軸で囲まれる図形の面積 S のとりうる値の範囲を求めよ。

【方針】

頂点が $(-3, 1)$ であることから、放物線の 2 つの x 軸との交点を頂点の左右に同じ距離だけ離して表す。すなわち $\alpha = -3 - d, \beta = -3 + d$ ($d > 0$) と置くと、頂点の高さの条件から $kd^2 = 1$ が出る。これにより放物線は $y = 1 - (x + 3)^2/d^2$ と書ける。あとは y 軸との交点の高さが $[-2, 0]$ に入る条件を d の範囲に直し、面積 S を d の一次式として求める。

【解答】

頂点の x 座標が -3 であり、 $\alpha < \beta$ であるから、ある正の実数 d を用いて $\alpha = -3 - d, \beta = -3 + d$ と表せる。このとき $(x - \alpha)(\beta - x) = (x + 3 + d)(-x - 3 + d) = d^2 - (x + 3)^2$ である。したがって放物線は $y = k\{d^2 - (x + 3)^2\}$ である。頂点は $x = -3$ のときで、その y 座標は kd^2 である。頂点が $(-3, 1)$ だから $kd^2 = 1$ である。特に $k = 1/d^2 > 0$ であり、放物線は $y = 1 - \frac{(x + 3)^2}{d^2}$ と書ける。

次に、 C と y 軸との交点を調べる。 $x = 0$ を代入すると、その y 座標は $1 - \frac{9}{d^2}$ である。条件より $-2 \leq 1 - \frac{9}{d^2} \leq 0$ でなければならない。右側の不等式から $1 \leq \frac{9}{d^2}$ すなわち $d^2 \leq 9$ を得る。また左側の不等式から $\frac{9}{d^2} \leq 3$ すなわち $d^2 \geq 3$ を得る。よって $3 \leq d^2 \leq 9$ であり、 $d > 0$ だから $\sqrt{3} \leq d \leq 3$ である。

放物線と x 軸で囲まれる部分は、 $x = -3 - d$ から $x = -3 + d$ までである。 $u = x + 3$ と置くと

$$S = \int_{-3-d}^{-3+d} \left(1 - \frac{(x+3)^2}{d^2}\right) dx = \int_{-d}^d \left(1 - \frac{u^2}{d^2}\right) du$$

である。被積分関数は偶関数なので

$$S = 2 \int_0^d \left(1 - \frac{u^2}{d^2}\right) du = 2 \left[u - \frac{u^3}{3d^2} \right]_0^d = 2 \left(d - \frac{d}{3} \right) = \frac{4d}{3}$$

である。

したがって $\sqrt{3} \leq d \leq 3$ より、求める範囲は $\frac{4\sqrt{3}}{3} \leq S \leq 4$ である。端点はそれぞれ $d = \sqrt{3}, 3$ で実際に実現する。

【総評】 難度 4/10、計算量 4/10。想定時間は 8 分。頂点の対称性から零点を $\alpha = -3 - d, \beta = -3 + d$ と置き、頂点条件を $kd^2 = 1$ に集約するのが最短である。すると y 軸との交点条件がそのまま d^2 の範囲になり、面積は偶関数の積分で $S = 4d/3$ と一次式まで簡約される。採点上は $d > 0$ 、不等号の向き、両端値が実際に条件を満たすことの 3 点を明示したい。典型的な失点は、放物線の式で符号を誤ることと、面積を符号付き積分のまま扱うことである。別解として底辺と相似比を用いる幾何的計算も可能だが、積分が短く確実である。短時間で完答しやすい問題なので、試験では優先して取り切るべき一問である。

【第 2 問】

n を正の整数とする。座標平面上の $3n$ 個の点

$$(x, y) \quad (x, y \text{ は整数}, 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n)$$

から相異なる 3 点を無作為に選ぶ。この 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を p_n とする。

(1) p_5 を求めよ。

(2) $m \geq 2$ を整数とすると、 p_{2m} を求めよ。

【方針】

3 点が三角形を作らないのは、3 点が一直線上に並ぶ場合だけである。一直線上の 3 点を、縦 1 列にある場合と、3 つの列 $x = 1, 2, 3$ から 1 点ずつ選ぶ場合に分ける。後者は必ず $(1, y), (2, y + d), (3, y + 2d)$ と表されるので、整数 d ごとに取得する y の個数を数える。最後に全体の選び方から一直線上の場合を引いて確率を求める。

【解答】

(1) $n = 5$ のとき、全 15 点から相異なる 3 点を選ぶ方法は ${}_{15}C_3 = 455$ 通りである。三角形にならないのは 3 点が一直線上にある場合に限る。

3 点が同じ縦列にある場合は $3 \cdot {}_5C_3 = 30$ 通りである。これとは重ならない場合として 3 列から 1 点ずつ選ぶ。一直線上にあるための必要十分条件は中央列の点が両端の点の midpoint になることであり、3 点は

$$(1, y), \quad (2, y + d), \quad (3, y + 2d)$$

と表せる。固定した整数 d に対して 3 つの y 座標がすべて 1 以上 5 以下となる y は $5 - 2|d|$ 個であり、 $|d| \leq 2$ である。よってこの場合は

$$\sum_{d=-2}^2 (5 - 2|d|) = 5 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 1 = 13$$

通りである。したがって非三角形は $30 + 13 = 43$ 通りなので

$$p_5 = 1 - \frac{43}{455} = \frac{412}{455}$$

である。

(2) $n = 2m$ とする。全事象は ${}_{6m}C_3 = m(6m - 1)(6m - 2)$ 通りである。同じ縦列に 3 点がある場合は $3 \cdot {}_{2m}C_3 = 2m(2m - 1)(m - 1)$ 通りである。

3 列から 1 点ずつ選ぶ場合は (1) と同じ表示を使う。固定した d に対する y の個数は $2m - 2|d|$ であり、 $|d| \leq m - 1$ であるから

$$\sum_{d=-(m-1)}^{m-1} (2m - 2|d|) = 2m + 2 \sum_{d=1}^{m-1} (2m - 2d) = 2m^2$$

通りである。2 つの場合は互いに排反なので、一直線上にある 3 点は

$$2m(2m - 1)(m - 1) + 2m^2 = 2m(2m^2 - 2m + 1)$$

通りである。ゆえに

$$p_{2m} = 1 - \frac{2m(2m^2 - 2m + 1)}{m(6m - 1)(6m - 2)} = 1 - \frac{2(2m^2 - 2m + 1)}{(6m - 1)(6m - 2)}$$

である。

【総評】 難度 5/10、計算量 5/10。想定時間は 15 分。三角形にならない余事象を数え、共線な 3 点を「同じ縦列」と「3 列から 1 点ずつ」に排反に分け、後者を $(1, y), (2, y + d), (3, y + 2d)$ と置くのが主方針である。採点上は 2 分類が全場合を尽くすこと、 d と $-d$ を別々に数えること、全事象の個数を明示したい。典型的な失点は $d = 0$ の落としと二重計上である。行列式による別解も最後は同じ等差数列の計数に帰着する。時間不足なら (1) を完答し、(2) は非三角形の個数の式まで残すと部分点を得やすい。

【第 3 問】

$0 < a < 1$ とし、関数

$$f(x) = \frac{a}{8}(x-1)^2 + \frac{2}{a} - 3$$

を考える。また、関数 $g(x)$ は、すべての整数 n について

$$\begin{cases} g(x) = x - 2n & (2n \leq x < 2n+1), \\ g(x) = -x + 2n + 2 & (2n+1 \leq x < 2n+2) \end{cases}$$

で定められるとする。

(1) $x \geq 4$ において $f(x) > g(x)$ であることを示せ。

(2) $\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$ とする。 $x \geq 0$ における 2 つの曲線 $y = f(x), y = g(x)$ の交点の個数を求めよ。

【方針】

$g(x)$ は周期 2 の折れ線関数で、常に $0 \leq g(x) \leq 1$ である。(1) ではまず $4 \leq x < 5$ を直接評価し、 $x \geq 5$ では $f(x)$ の単調増加と $g(x) \leq 1$ を使う。(2) では (1) によって $x \geq 4$ を除外できるので、 $[0, 1), [1, 2), [2, 3), [3, 4)$ の 4 区間だけを調べる。 $b = 2/a - 3$ と置くと $0 < b < 1$ となり、各区間で $f - g$ の単調性と端点の符号から交点数を決められる。

【解答】

(1) まず $4 \leq x < 5$ を考える。この区間では定義より $g(x) = x - 4$ である。 $y = x - 1$ とおくと $3 \leq y < 4$ であり、

$$f(x) - g(x) = \frac{a}{8}(x-1)^2 + \frac{2}{a} - 3 - (x-4) = \frac{a}{8}y^2 + \frac{2}{a} - y$$

である。相加相乗平均より

$$\frac{a}{8}y^2 + \frac{2}{a} \geq 2\sqrt{\frac{a}{8}y^2 \cdot \frac{2}{a}} = y$$

である。等号が成り立つには $\frac{a}{8}y^2 = \frac{2}{a}$ すなわち $ay = 4$ が必要である。しかし $0 < a < 1$ 、 $3 \leq y < 4$ では $ay < 4$ だから等号は成り立たない。よって $f(x) - g(x) > 0$ である。

次に $x \geq 5$ を考える。関数 $g(x)$ は各区間で 0 から 1 まで動く折れ線関数なので、常に $0 \leq g(x) \leq 1$ である。一方、 $x \geq 1$ では $f'(x) = \frac{a}{4}(x-1) \geq 0$ より $f(x)$ は単調増加する。したがって $x \geq 5$ では $f(x) \geq f(5) = 2a + \frac{2}{a} - 3$ である。さらに $2a + \frac{2}{a} - 3 > 1$ は $a + \frac{1}{a} > 2$ と同値であり、 $0 < a < 1$ なので確かに成り立つ。よって $x \geq 5$ でも $f(x) > 1 \geq g(x)$ である。

以上より、 $x \geq 4$ において $f(x) > g(x)$ が成り立つ。

(2) 以後 $\frac{1}{2} < a < \frac{2}{3}$ とする。 $b = 2/a - 3$ とおくと、この範囲では $0 < b < 1$ である。(1) より $x \geq 4$ には交点がないので、 $0 \leq x < 4$ だけを調べればよい。

まず $0 \leq x < 1$ では $g(x) = x$ である。この区間で $h_0(x) = f(x) - g(x)$ とおくと、 $h'_0(x) = \frac{a}{4}(x-1) - 1 < 0$ であるから $h_0(x)$ は単調減少する。また $h_0(0) = \frac{a}{8} + b > 0$ 、 $\lim_{x \rightarrow 1-} h_0(x) = b - 1 < 0$ である。したがってこの区間に交点は 1 個ある。

次に $1 \leq x < 2$ では $g(x) = 2 - x$ である。 $y = x - 1$ とおくと $0 \leq y < 1$ で、 $f(x) - g(x) = \frac{a}{8}y^2 + b - 1 + y$ である。この式の y に関する導関数は $\frac{a}{4}y + 1 > 0$ だから単調増加する。端では $f(1) - g(1) = b - 1 < 0$ 、 $\lim_{x \rightarrow 2-} \{f(x) - g(x)\} = \frac{a}{8} + b > 0$ である。よってこの区間にも交点は 1 個ある。

次に $2 \leq x < 3$ では $g(x) = x - 2$ である。再び $y = x - 1$ とおくと $1 \leq y < 2$ で、 $f(x) - g(x) = \frac{a}{8}y^2 + b - y + 1$ である。この式の導関数は $\frac{a}{4}y - 1$ であり、 $1 \leq y < 2$ 、 $a < 2/3$ から $\frac{a}{4}y - 1 < \frac{a}{2} - 1 < 0$ である。したがって単調減少する。左端では $f(2) - g(2) = \frac{a}{8} + b > 0$ であり、右端に近づけると

$$\lim_{x \rightarrow 3-} \{f(x) - g(x)\} = \frac{a}{2} + b - 1 = \frac{a}{2} + \frac{2}{a} - 4$$

となる。この値の符号を調べると、 $\frac{a}{2} + \frac{2}{a} - 4 < 0$ は、 $a > 0$ より $a^2 - 8a + 4 < 0$ と同値である。よって $a > 4 - 2\sqrt{3}$ のとき負、 $a = 4 - 2\sqrt{3}$ のとき 0、 $a < 4 - 2\sqrt{3}$ のとき正である。なお $\frac{1}{2} < 4 - 2\sqrt{3} < \frac{2}{3}$ である。

最後に $3 \leq x < 4$ では $g(x) = -x + 4$ である。 $y = x - 1$ とおくと $2 \leq y < 3$ で、 $f(x) - g(x) = \frac{a}{8}y^2 + b - 3 + y$ である。この式の導関数は $\frac{a}{4}y + 1 > 0$ であるから単調増加する。左端 $x = 3$ での値は $f(3) - g(3) = \frac{a}{2} + \frac{2}{a} - 4$ であり、右端では正になる。

以上をまとめる。最初の 2 区間で交点は常に 2 個ある。さらに、 $a < 4 - 2\sqrt{3}$ のときは $[2, 4)$ に交点がない。 $a = 4 - 2\sqrt{3}$ のときは $x = 3$ でちょうど 1 個交点がある。 $a > 4 - 2\sqrt{3}$ のときは $[2, 3)$ と $[3, 4)$ にそれぞれ 1 個ずつ交点がある。

したがって、求める交点の個数は

$$\begin{cases} 2 & \left(\frac{1}{2} < a < 4 - 2\sqrt{3} \right), \\ 3 & (a = 4 - 2\sqrt{3}), \\ 4 & (4 - 2\sqrt{3} < a < \frac{2}{3}) \end{cases}$$

である。

【総評】 難度 6/10、計算量 6/10。想定時間は 18 分。周期 2 の折れ線 g に対し、(1) で $x \geq 4$ を一括して除外し、(2) を 4 つの半开区間だけの符号判定へ落とす構成である。採点上は各区間で $f - g$ の導関数の符号と端点値を示し、交点が「存在する」だけでなく「ただ 1 つ」であることを述べる必要がある。特に $x = 3$ は $[3, 4)$ 側に含まれるので、 $a = 4 - 2\sqrt{3}$ のときは 1 個の交点として数える。典型的な失点は半开区間の端点を二重計上することと、境界値が $1/2 < a < 2/3$ に入る確認を省くことである。別解として各区間の二次方程式を直接解く方法もあるが、解の位置判定が増えるため単調性による本解の方が安全である。時間が厳しければ、常に得られる最初の 2 交点と境界式までを先に確保したい。

【第 4 問】

k を実数とし、座標平面上の曲線

$$C: y = x^3 - kx$$

を考える。 C 上の 2 点 P, Q が次の条件 (*) を満たすとする。

(*) 点 $O(0, 0), P, Q$ は相異なる 3 点であり、 O, P, Q における C の接線は、どの 2 本も交わり、交わる角のうち小さい方の角がすべて $\frac{\pi}{3}$ である。

(1) $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{6}$ のとき、 $\tan(\theta + \frac{\pi}{3})$ を $\tan \theta$ を用いて表せ。

(2) 条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が存在するような k の範囲を求めよ。

(3) (2) で求めた範囲の k に対して、条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が動くとき、 O, P, Q における C の接線で囲まれる三角形の面積を S とする。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる場合は $S = 0$ とする。 S の最大値を M 、最小値を m とするとき、 $M = 4m$ となる k の値を求めよ。

【方針】

接線の傾きを方向角で管理する。曲線 $y = x^3 - kx$ の $x = t$ における接線の傾きは $3t^2 - k$ であり、原点での傾きは $-k$ である。他の 2 点では傾きが $-k$ 以上になるため、3 本の直線の方向角を $\theta, \theta + \pi/3, \theta + 2\pi/3$ と並べたとき、原点の接線が最小の方向角に対応する。存在範囲はこの方向角の範囲から決める。面積は、原点の接線を基準にして 3 直線を $Y = 0, Y = AX + u, Y = DX + v$ の形に直し、2 点 P, Q の符号の違いによって生じる 2 通りを比較する。

【解答】

(1) 加法定理より、

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \theta + \tan \frac{\pi}{3}}{1 - \tan \theta \tan \frac{\pi}{3}} = \frac{\tan \theta + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \theta}$$

である。与えられた範囲では $\tan \theta < -1/\sqrt{3}$ であるから、分母 $1 - \sqrt{3} \tan \theta$ は正であり 0 にはならない。したがって

$$\tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\tan \theta + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \tan \theta}$$

である。

(2) 曲線 $C: y = x^3 - kx$ の導関数は $y' = 3x^2 - k$ である。したがって、 $x = t$ における接線は $y - (t^3 - kt) = (3t^2 - k)(x - t)$ すなわち $y = (3t^2 - k)x - 2t^3$ である。この接線の傾きは $3t^2 - k$ である。特に原点 O における接線の傾きは $-k$ である。条件 (*) より、3 本の接線のどの 2 本もなす小さい方の角が $\pi/3$ である。直線の方法角を $(-\pi/2, \pi/2)$ の範囲でとれば、3 本の方法角は小さい順に $\theta, \theta + \frac{\pi}{3}, \theta + \frac{2\pi}{3}$ と書ける。ただし 3 つとも $(-\pi/2, \pi/2)$ に入る必要があるので $-\frac{\pi}{2} < \theta < -\frac{\pi}{6}$ である。

原点以外の点での傾きは $3t^2 - k$ であり、これは常に $-k$ 以上である。したがって、最小の傾きに対応するのは原点の接線であり、 $-k = \tan \theta$ でなければならない。上の θ の範囲から $\tan \theta < -\frac{1}{\sqrt{3}}$ であるから、必要条件として $k > \frac{1}{\sqrt{3}}$ を得る。

逆に $k > 1/\sqrt{3}$ とする。このとき $-k = \tan \theta$ を満たす θ をとると、 $-\pi/2 < \theta < -\pi/6$ である。そこで

$$b = \tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right), \quad c = \tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

とおくと、 $-k < b < c$ である。したがって $3p^2 - k = b, \quad 3q^2 - k = c$ を満たす実数 p, q が存在する。 $b, c > -k$ なので $p, q \neq 0$ であり、また $b \neq c$ から $|p| \neq |q|$ である。よって接点 P, Q は原点とも互いとも異なる。3 本の方法角は上で定めた通りであるから、どの 2 本の接線もなす角が $\pi/3$ となり、条件 (*) を満たす。

したがって求める k の範囲は $k > \frac{1}{\sqrt{3}}$ である。

(3) 以下、 $k > 1/\sqrt{3}$ とする。原点の接線の傾きを $a = -k$ とおき、また

$$b = \tan\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right), \quad c = \tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

とする。ただし $a = \tan \theta$ である。さらに $A = b - a, \quad D = c - a$ とおく。このとき $0 < A < D$ である。

傾き b に対応する接点の x 座標を p とすると、 $3p^2 - k = b$ であるから $3p^2 = A$ であり、 $p = \varepsilon \sqrt{\frac{A}{3}} \quad (\varepsilon = \pm 1)$ と書ける。同様に、傾き c に対応する接点の x 座標を q とすると $q = \delta \sqrt{\frac{D}{3}} \quad (\delta = \pm 1)$ と書ける。

原点の接線は $y = ax$ である。 p における接線は $y = (a + A)x - 2p^3$ であり、 q における接線は $y = (a + D)x - 2q^3$ である。ここで $Y = y - ax$ とおくと、面積は変わらず、3 直線は $Y = 0, \quad Y = Ax + u, \quad Y = Dx + v$ となる。ただし

$$u = -2p^3 = -\frac{2\varepsilon A^{3/2}}{3\sqrt{3}}, \quad v = -2q^3 = -\frac{2\delta D^{3/2}}{3\sqrt{3}}$$

である。

直線 $Y = Ax + u$ と $Y = 0$ の交点の x 座標は $-\frac{u}{A} = \frac{2\varepsilon\sqrt{A}}{3\sqrt{3}}$ であり、直線 $Y = Dx + v$ と $Y = 0$ の交点の x 座標は $-\frac{v}{D} = \frac{2\delta\sqrt{D}}{3\sqrt{3}}$ である。したがって底辺の長さは $\frac{2}{3\sqrt{3}}|\delta\sqrt{D} - \varepsilon\sqrt{A}|$ である。

また、2 本の斜めの直線の交点の Y 座標は

$$\frac{uD - Av}{D - A} = \frac{2AD(\delta\sqrt{D} - \varepsilon\sqrt{A})}{3\sqrt{3}(D - A)}$$

であるから、高さはその絶対値である。よって面積 S は

$$S = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3\sqrt{3}}|\delta\sqrt{D} - \varepsilon\sqrt{A}| \cdot \frac{2AD}{3\sqrt{3}(D - A)}|\delta\sqrt{D} - \varepsilon\sqrt{A}|$$

すなわち $S = \frac{2AD}{27(D - A)}(\delta\sqrt{D} - \varepsilon\sqrt{A})^2$ である。 ε, δ の符号が同じとき $S = \frac{2AD}{27(D - A)}(\sqrt{D} - \sqrt{A})^2$ であり、符号が異なるとき $S = \frac{2AD}{27(D - A)}(\sqrt{D} + \sqrt{A})^2$ である。したがって最小値 m と最大値 M はそれぞれ

$$m = \frac{2AD}{27(D - A)}(\sqrt{D} - \sqrt{A})^2, \quad M = \frac{2AD}{27(D - A)}(\sqrt{D} + \sqrt{A})^2$$

である。

条件 $M = 4m$ は $\left(\frac{\sqrt{D} + \sqrt{A}}{\sqrt{D} - \sqrt{A}}\right)^2 = 4$ と同値である。 $0 < A < D$ より分母は正なので、 $\frac{\sqrt{D} + \sqrt{A}}{\sqrt{D} - \sqrt{A}} = 2$ であり、 $\sqrt{D} + \sqrt{A} = 2\sqrt{D} - 2\sqrt{A}$ より $3\sqrt{A} = \sqrt{D}$ すなわち $D = 9A$ を得る。

最後に D/A を k で表す。 $a = -k$ として、(1) の公式を用いると $b = \frac{-k + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}k}$ であるから $A = b - a = b + k = \frac{\sqrt{3}(1 + k^2)}{1 + \sqrt{3}k}$ である。また $c = \tan\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{k + \sqrt{3}}{\sqrt{3}k - 1}$ であるから $D = c - a = c + k = \frac{\sqrt{3}(1 + k^2)}{\sqrt{3}k - 1}$ である。したがって $\frac{D}{A} = \frac{1 + \sqrt{3}k}{\sqrt{3}k - 1}$ である。条件 $D = 9A$ より $\frac{1 + \sqrt{3}k}{\sqrt{3}k - 1} = 9$ であり、これを解くと $1 + \sqrt{3}k = 9\sqrt{3}k - 9$ だから $10 = 8\sqrt{3}k$ である。よって $k = \frac{5}{4\sqrt{3}}$ である。この値は $1/\sqrt{3}$ より大きいので、(2) の存在範囲にも含まれる。

【総評】 難度 8/10、計算量 7/10。想定時間は 30 分。方向角を $\theta, \theta + \pi/3, \theta + 2\pi/3$ と並べ、接線の傾きの最小値 $-k$ を原点の接線に対応させることが存在条件の核心である。面積では $Y = y + kx$ というせん断で原点の接線を水平にし、 $A = b - a$, $D = c - a$ にまとめると符号選択だけが残る。採点上は必要条件だけで終えず、 $k > 1/\sqrt{3}$ から相異なる非零の接点 P, Q を構成して十分性を示すこと、接点の正負 4 通りを尽くして最大・最小を確定することが重要である。典型的な失点は直線のなす角を傾きの差と取り違えること、 ε, δ の符号を固定して最大値を落とすことである。別解として 3 直線の交点をすべて座標計算する方法もあるが式が膨らむため、本解のせん断と比 D/A が最も安定する。難問なので、試験では (1)(2) を先に確保し、(3) の面積整理は残り時間と相談するのがよい。