

入 学 試 験 問 題

数 学



東 京 大 学 2026 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 6 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 6 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

(1) $-1 \leq \theta \leq 1$ における関数

$$f(\theta) = \sin \theta - \theta + \frac{\theta^3}{6}$$

の最大値 M と最小値 m を求めよ。

(2) (1) で求めた最大値 M に対して、次の不等式を示せ。

$$\frac{7\pi}{8} \leq \int_0^{2\pi} \sin(\cos x - x) dx \leq \frac{7\pi}{8} + 4M.$$

第 2 問

n を正の整数とする。座標平面上の $3n$ 個の点

$$(x, y) \quad (x, y \text{ は整数}, 1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq n)$$

から相異なる 3 点を無作為に選ぶ。この 3 点が三角形の 3 頂点となる確率を p_n とする。

(1) p_5 を求めよ。

(2) $m \geq 2$ を整数とすると、 p_{2m} を求めよ。

第 3 問

座標空間の原点を中心とする半径 5 の球面 S を考える。 S 上の相異なる 3 点 P, Q, R が次の条件を満たしながら動く。

条件： P, Q は xy 平面上にあり， $\triangle PQR$ の重心は $G(2, 0, 1)$ である。

P, Q を結ぶ線分の中点を M とする。

- (1) M の軌跡を xy 平面上に図示せよ。
- (2) 線分 PQ が通過する範囲を xy 平面上に図示せよ。

第 4 問

k を実数とし、座標平面上の曲線

$$C : y = x^3 - kx$$

を考える。 C 上の 2 点 P, Q が次の条件 (*) を満たすとする。

(*) 点 $O(0, 0), P, Q$ は相異なる 3 点であり、 O, P, Q における C の接線は、どの 2 本も交わり、交わる角のうち小さい方の角がすべて $\frac{\pi}{3}$ である。

(1) 条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が存在するような k の範囲を求めよ。

(2) (1) で求めた範囲の k に対して、条件 (*) を満たす 2 点 P, Q が動くとき、 O, P, Q における C の接線で囲まれる三角形の面積を S とする。ただし、3 本の接線が 1 点で交わる場合は $S = 0$ とする。 S の最大値を M 、最小値を m とするとき、 $M = 4m$ となる k の値を求めよ。

第 5 問

複素数平面上で、原点を中心とする半径 1 の円を C とする。複素数 α と C 上の点 $P(z)$ に対して

$$w = (z - \alpha)^3$$

で定まる点 $Q(w)$ の軌跡を D とする。

(1) $\alpha = -3$ とする。 $\theta = \arg w$ とするとき、 $\sin \theta$ のとりうる値の範囲を求めよ。

(2) α が動くとき、 D が正の実軸および負の実軸の両方と共有点をもつような点 $R(\alpha)$ の存在範囲の面積を求めよ。

第 6 問

n を正の整数とする。 n の正の約数のうち、3 で割った余りが 1 であるものの個数を $f(n)$ 、3 で割った余りが 2 であるものの個数を $g(n)$ とする。

(1) $f(2800), g(2800)$ を求めよ。

(2) 任意の正の整数 n について $f(n) \geq g(n)$ であることを示せ。

(3) $g(n) = 15$ を満たす正の整数 n について、 $f(n)$ としてありうる値をすべて求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)