

入 学 試 験 問 題



数 学

横 浜 国 立 大 学 2016 年 度 理 系

入試数学アーカイブ

全 4 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 8 ページあり、問題は全部で 4 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

数列 $\{a_n\}$ は

$$a_1 = 5, \quad a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 = \frac{2}{3}a_n a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

をみたすとする. 次の問いに答えよ.

- (1) a_2, a_3 を求めよ.
- (2) a_{n+2} を a_n, a_{n+1} を用いて表せ.
- (3) 一般項 a_n を求めよ.

第 1 問

次の問いに答えよ.

- (1) 関数 $f(x) = \frac{\log(1-x)}{x}$ は $0 < x < 1$ の範囲で減少することを示せ.

第 1 問

次の問いに答えよ.

(2) 極限值

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{\tan \left(\frac{(n+k)\pi}{6n} \right)}$$

を求めよ.

第 3 問

四面体 $OABC$ があり, $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする. 三角形 ABC の重心を G とする. 点 D, E, P を $\overrightarrow{OD} = 2\vec{b}, \overrightarrow{OE} = 3\vec{c}, \overrightarrow{OP} = 6\overrightarrow{OG}$ をみたす点とし, 平面 ADE と直線 OP の交点を Q とする. 次の問いに答えよ.

- (1) $\overrightarrow{OQ}$ を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ を用いて表せ.
- (2) 三角形 ADE の面積を S_1 , 三角形 QDE の面積を S_2 とするとき, $\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ.
- (3) 四面体 $OADE$ の体積を V_1 , 四面体 $PQDE$ の体積を V_2 とするとき, $\frac{V_2}{V_1}$ を求めよ.

第 4 問

a を正の定数とする. 2つの曲線 $C_1 : y = x \log x$ と $C_2 : y = ax^2$ の両方に接する直線の本数を求めよ. ただし, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(\log x)^2}{x} = 0$ は証明なしに用いてよい.

第 5 問

xy 平面上に楕円 $C : \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ がある。次の問いに答えよ。

- (1) 点 $P(a, b)$ を通る C の接線が 2 本あり、それらが直交するとき、 a, b がみたす条件を求めよ。
- (2) C に外接する長方形のうち、 x 座標が 1 で y 座標が正である頂点をもつものの面積を求めよ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)