

入 学 試 験 問 題

数 学



横 浜 国 立 大 学 2020 年 度 文 系

入試数学アーカイブ

全 3 問

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけません。
- 2 この問題冊子は全部で 5 ページあり、問題は全部で 3 問あります。落丁、乱丁または印刷不鮮明の箇所があったら、監督者に知らせなさい。
- 3 解答には、必ず黒色鉛筆（または黒色シャープペンシル）を使用しなさい。
- 4 解答は、問題ごとに解答用紙の指定された箇所へ記入しなさい。
- 5 解答用紙の指定欄に、受験番号、科類、氏名を記入しなさい。指定欄以外に、これらを記入してはいけません。
- 6 解答用紙の解答欄に、関係のない文字、記号、符号などを記入してはいけません。
- 7 この問題冊子の余白は、計算用に使用してもよいが、どのページも切り離してはいけません。
- 8 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第 1 問

空間内に 4 点 O, A, B, C があり、

$$|\vec{OA}| = |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$$

および

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OC} \cdot \vec{OA} = k \quad (0 < k < 1)$$

を満たしている。ただし、 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ は $\vec{OA}$ と $\vec{OB}$ の内積を表す。

三角形 ABC の重心を M とする。線分 OM 上に点 P があり、

$$\angle APB = 90^\circ$$

を満たしている。次の 2 量をそれぞれ k の式で表せ。

$$\frac{|\vec{OP}|}{|\vec{OM}|}, \quad |\vec{AP}|$$

第 2 問

中身の見えない2つの箱 A, B がある。箱 A には白玉と赤玉がそれぞれ2個ずつ入っており、箱 B には白玉1個だけが入っている。 n を正の整数として、次の操作 $(*)$ を考える。

$(*)$ はじめに箱 A の中身をよくかきまぜ、箱 A から玉を2個取り出し、色を確認しないで箱 B に2個とも入れる。次に「箱 B の中身をよくかきまぜ、箱 B から玉を1個取り出し、色を確認した後、箱 B に戻す」という作業を n 回繰り返す。

操作 $(*)$ を一度行ったとき、箱 B から取り出した玉が n 回ともすべて白玉である確率を p_n とする。また、その n 回がすべて白玉であったという条件のもとで、はじめに箱 A から取り出した玉が2個とも白玉である条件付き確率を q_n とする。

(1) p_2, q_2 を求めよ。

(2) p_n, q_n を求めよ。

(3)

$$q_n > \frac{1}{2}$$

を満たす最小の n を求めよ。

第 3 問

実数 a, b に対し

$$f(x) = -x^3 + (a+2)x^2 - (3a-b-2)x - 3(b-1)$$

と定める。 xy 平面上で $y = f(x)$ が表す曲線を C とする。

- (1) どのような a, b に対しても、 C はある定点を通ることを示せ。
- (2) $f(x)$ は極値をとるとする。 C が x 軸に接するような (a, b) の存在範囲を ab 平面上に図示せよ。
- (3) (a, b) が (2) で求めた範囲にあるとき、 $f(x)$ の極値を a の式で表せ。

計 算 用 紙

(切り離さないで用いよ。)